

Angelo Alfredo Hafner

**MODELAGEM ANALÍTICA E NUMÉRICA DE CABOS
DE POTÊNCIA SUBMARINOS**

Tese submetida ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Elétrica para
a obtenção do Grau de Doutor em En-
genharia Elétrica.

Orientador: : Prof. Dr. Mauricio Va-
lencia Ferreira da Luz

Coorientador: : Prof. Dr. Walter Pe-
reira Carpes Junior

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Hafner, Angelo Alfredo

Modelagem Analítica e Numérica de Cabos de Potência
Submarinos / Angelo Alfredo Hafner ; orientador, Mauricio
Valencia Ferreira da Luz ; coorientador, Walter Pereira
Carpes Junior. - Florianópolis, SC, 2016.
180 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Cabos de Potência
Submarinos. 3. Modelagem Numérica. 4. Método dos Elementos
Finitos. I. Ferreira da Luz, Mauricio Valencia. II. Carpes
Junior, Walter Pereira. III. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
IV. Título.

Angelo Alfredo Hafner

**MODELAGEM ANALÍTICA E NUMÉRICA DE CABOS DE
POTÊNCIA SUBMARINOS**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 12 de maio de 2016.

Prof. Carlos Galup Montoro, Dr.
Coordenador do Curso

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr. - Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr. - Coorientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, Dr.
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Patrick Dular, Dr.
Universidade de Liège

Prof. Laurent Didier Bernard, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Patrick Kuo Peng, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado à minha esposa
Elidiane e ao meu filho Nicolas.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar à Deus, por me conceder saúde e me fornecer todas as condições para a realização deste trabalho.

Ao meu Orientador Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz e ao meu Co-orientador Prof. Walter Pereira Carpes Junior, que foram muito além da parte técnico-profissional durante o processo de doutoramento, sendo verdadeiros amigos nos momentos em que mais precisei.

Ao Prof. Patrick Dular, pelas incansáveis ajudas com os softwares Gmsh e GetDP.

Ao Prof. Antônio Carlos Siqueira de Lima, pelas valiosas sugestões de melhoria no trabalho, o qual é uma honra ter como relator.

Ao Prof. Marcelo Lobo Heldwein, por estar a frente do projeto junto a PETROBRAS, que complementou financeiramente a bolsa de diversos mestrandos e doutorandos; um deles foi o presente trabalho.

Aos Profs. Laurent Didier Bernard, Jean Viane Leite e Patrick Kuo Peng também pela honra de participarem desta banca e por suas valiosas contribuições.

À minha Esposa Elidiane Aparecida Mingori e ao meu filho Nicolas Mingori Hafner pela paciência e pelo incentivo.

Aos meus pais e aos meus sogros pela ajuda constante em todos os momentos.

Aos meus Tios Edith Stöckl Simão e Pedro Paulo Simão, que sempre me apoiaram desde a época da graduação.

À secretária do GRUCAD, Celly Dulcemar Melo, pela sua disposição em colaborar.

Ao Wilson Silva Costa, secretário do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelo apoio e colaboração constantes.

Aos meus colegas de caminhada no GRUCAD os quais tenho tido o privilégio de conviver de forma mais intensa no decorrer dos anos em que estive envolvido nesse trabalho, em especial aos amigos Kleyton Hoffmann, José Fábio Kolzer, Marconi Januário, Thiago Bazzo, Sigmar de Lima, Sandro Carlos Lima, Maycon Maran e Cristhian Becker.

Ao suporte financeiro do CNPq, ao longo de quatro anos.

À Petrobras pelo suporte financeiro e discussões técnicas oriundas do projeto número 2012/00003-7 as quais em muito contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

À Universidade Federal de Santa Catarina, pela estrutura que possibilitou o desenvolvimento do trabalho.

Deixe o futuro dizer a verdade, e avaliar
cada um de acordo com seus trabalhos e
suas conquistas.

(Nikola Tesla, 1856-1943)

RESUMO

A modelagem analítica de um sistema de cabos tripolares é um grande desafio devido à configuração não concêntrica dos elementos envolvidos. Por causa dessa limitação, uma modelagem numérica do cabo com o método de elementos finitos em 2D é desenvolvida no intuito de obter os valores da impedância série e da admitância paralela. Para o cálculo da impedância série, usou-se a formulação magnetodinâmica em potencial vetor magnético no domínio da frequência, e para o cálculo da admitância paralela utilizou-se a formulação quase-estática de campo elétrico em potencial escalar elétrico no domínio da frequência. A metodologia é aplicada em cabos encontrados em catálogos de fabricantes. Os resultados numéricos para cada fase são comparados com os resultados analíticos e com valores fornecidos pelo fabricante. Além disso, os resultados numéricos foram validados por meio de comparações com resultados de medições realizadas em um cabo submarino disponível na UFSC.

Palavras-chave: Cabos de potência, cabos subterrâneos, cabos submarinos, modelagem numérica, método de elementos finitos.

ABSTRACT

The analytical modeling a three-core cable system is challenging because of non-concentric configuration of the elements involved. Due to this limitation, a numerical modeling of cable with 2D finite element is developed in order to obtain the values of the series impedance and the parallel admittance. The series impedance is calculated using the frequency domain magnetodynamic formulation in magnetic vector potential and, the parallel admittance is obtained using the frequency domain quasi-static formulation of electric field in electric scalar potential. The methodology is applied in cables found in manufacturers catalogs. The numerical results for each phase are compared with the analytical results and with values provided by the manufacturer. Moreover, the numerical results are validated by comparison with measurement results performed in a submarine cable available at UFSC.

Keywords: Power cables, underground cables, submarine cables, numerical modeling, finite element method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Aplicação dos umbilicais na indústria do petróleo.	29
Figura 2	Corte transversal de um umbilical de potência submarino trifásico.	36
Figura 3	Cabo elétrico de potência de núcleo único.	36
Figura 4	Elementos construtivos de um cabo submarino: (a) Cabo trifásico e (b) Veia de potência.	38
Figura 5	Condutores típicos utilizados em cabos elétricos de potência submarinos.	40
Figura 6	Campo Elétrico e Linhas Equipotenciais em um cabo de potência: (a) sem fitas semicondutoras e (b) com fitas semicondutoras.	43
Figura 7	Modelo de cabo utilizado por Gustavsen et al. (2009) para validação de resultados em seu trabalho.	48
Figura 8	Variação da resistência com a frequência para uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz.	48
Figura 9	Variação da resistência com a frequência para: (a) uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz e (b) um detalhe entre 10 Hz e 1 kHz.	49
Figura 10	Variação da indutância com a frequência para uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz.	49
Figura 11	Representação da queda de tensão série em um cabo de potência tripolar, por meio de elementos passivos de circuito elétrico.	51
Figura 12	Representação das admitâncias em um cabo tripolar. ..	54
Figura 13	Correntes de fuga blindagem 1.	55
Figura 14	Grandezas elétricas do domínio de estudo.	62
Figura 15	Nós e grupos de nós associados com a caracterização de um potencial escalar com valores flutuantes (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).	65
Figura 16	Grandezas magnéticas do domínio de estudo.	68
Figura 17	Comparativo entre os métodos analítico e numérico para a resistência do cabo trabalhado por Gustavsen et al. (2009). ..	72
Figura 18	Comparativo entre os métodos analítico e numérico para a indutância do cabo trabalhado por Gustavsen et al. (2009). ..	73

Figura 19	Malha para a frequência de 10 Hz (37.536 elementos).	73
Figura 20	Malha para a frequência de 100 kHz (678.434 elementos).	74
Figura 21	Cabo tripolar sector-shaped.....	75
Figura 22	Vista transversal de um cabo monopolar de alta tensão.	76
Figura 23	Diagrama simplificado do cabo a ser utilizado nos modelos analítico e numérico. Mais detalhes na Tabela 12.....	83
Figura 24	Malha de todo o domínio de cálculo a 50 Hz (90658 elementos)	84
Figura 25	Malha mostrando o detalhe do cabo.....	84
Figura 26	Malha em detalhe na região da veia.....	85
Figura 27	Diagrama do circuito implementado no GetDP para cálculo da impedância própria e mútuas da fase <i>a</i> . O retorno é modelado como um condutor fictício de raio $D_E = \sqrt{\frac{\rho_e}{\omega\mu_e}}$ (WORKING GROUP B1.30 CIGRÉ, 2013).....	85
Figura 28	Diagrama do circuito implementado no GetDP.....	89
Figura 29	Fluxo magnético [Wb/m] a 50 Hz para: (a) Blindagens não interligadas e (b) Blindagens interligadas.....	90
Figura 30	Densidade de corrente elétrica [A/m ²] (parte real) a 50 Hz para: (a) Blindagens não interligadas e (b) Blindagens interligadas	91
Figura 31	Matriz resistência das fases.	92
Figura 32	Matriz indutância das fases.	93
Figura 33	Matriz resistência das blindagens metálicas.....	93
Figura 34	Matriz indutância das blindagens metálicas.	94
Figura 35	Matriz resistência da armadura.	94
Figura 36	Matriz indutância da armadura.	95
Figura 37	Módulo do campo elétrico [V/m] entre a veia e a blindagem quando aplicada uma tensão de 1 V na veia e aterrada a blindagem.....	96
Figura 38	Módulo do campo elétrico [V/m] quando aplicada uma diferença de potencial de 1 V (a) entre blindagens e (b) entre blindagem e armadura.....	97
Figura 39	Montagem do cabo para medições dos parâmetros de transmissão, detalhando o início e o fim do cabo e o detalhe da terminação para medição.....	99
Figura 40	Arranjo para medição das indutâncias entre: (a) duas	

veias, (b) núcleo e blindagem e (c) três veias.....	100
Figura 41 Comparativo entre indutância entre veias medida (gráfico superior) e calculada via FEM (gráfico inferior).....	102
Figura 42 Comparativo entre indutância entre veia e blindagem medida (gráfico superior) e calculada via FEM (gráfico inferior)...	103
Figura 43 Indutância quando a corrente retorna pelos outros dois núcleos (gráfico inferior).....	105
Figura 44 Comparativo entre indutância entre veia e e retorno pelas outras duas veias em paralelo medida (gráfico superior) e calculada via MEF (gráfico inferior).....	106
Figura 45 Arranjo para medição das capacitâncias entre: (a) núcleo e blindagem e (b) dois núcleos.....	107
Figura 46 Medições das capacitâncias entre; (a) núcleo e blindagem e (b) núcleo e núcleo.....	107
Figura 47 Variação da resistência com a frequência do cabo tripolar de 300 mm ² / 30 kV.....	110
Figura 48 Fluxo magnético [Wb/m] entre as fases de um circuito trifásico com formação em trifólio em 50 Hz.....	111
Figura 49 Fluxo magnético [Wb/m] entre as fases de um circuito trifásico com formação em trifólio em 100 kHz.....	111
Figura 50 Variação da indutância do cabo com a frequência do cabo tripolar de 300 mm ² / 30 kV.....	112
Figura 51 Cabo (a) monopolar com armadura composta por fios de cobre e fita de alumínio e (b) tripolar composto por fitas de cobre.	128
Figura 52 Variáveis utilizadas na interface do Gmsh.....	155
Figura 53 Arquivo a ser aberto.....	156
Figura 54 Tela inicial do Gmsh. Destaque para a opções: Z or Y Analysis, Number of phases e Sequence or Phase Analysis.....	157
Figura 55 Relatório dos valores de impedância distribuída (resistência e indutância) para um determinado cabo.....	160
Figura 56 Relatório dos valores de admitância distribuída (condutância e capacitância) para um determinado cabo.....	163

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Cinco tipos de cabos de potência submarinos.....	37
Tabela 2	Enumeração dos elementos construtivos de uma veia de potência da Figura 5(b).	39
Tabela 3	Capacitância numérica e analiticamente calculada.....	72
Tabela 4	Dados fornecidos pelo fabricante para um cabo monopolar de 170 kV / 1200 mm ²	76
Tabela 5	Dados trabalhados a partir da Tabela 4.....	77
Tabela 6	Resistividades com as correções já aplicadas.....	77
Tabela 7	Comparativo entre as resistências encontradas numericamente e analiticamente.	78
Tabela 8	Comparativo entre as indutâncias encontradas numericamente e analiticamente.	78
Tabela 9	Influência na composição da impedância própria quando considerado (3ϕ) e não considerado (1ϕ) o efeito de proximidade. .	79
Tabela 10	Permissividades usadas na simulação.....	80
Tabela 11	Comparativo entre valores analíticos e numéricos para a capacitância.	81
Tabela 12	Parâmetros utilizados no Gmsh e GetDP	82
Tabela 13	Tensões induzidas em todas as partes condutoras do cabo quando alimentada somente a veia a	86
Tabela 14	Impedância primitiva própria da fase a , mútuas entre veias, mútua veia-blindagens e mútua veia-armadura.....	86
Tabela 15	Tensões induzidas em todas as partes condutoras do cabo quando alimentada somente a blindagem 1.....	87
Tabela 16	Impedância primitiva própria da blindagem 1, mútuas entre blindagens, mútua blindagem-veia e mútua blindagem-armadura. 87	
Tabela 17	Impedância primitiva própria da armadura, mútua armadura-blindagem e mútua armadura-veia.	88
Tabela 18	Constantes dos principais dielétricos utilizados nas veias de cabos de potência.	95
Tabela 19	Capacitâncias do cabo tripolar em estudo.....	98
Tabela 20	Dimensões do cabo fornecido pela Petrobras à UFSC ..	101
Tabela A.2	Dados geométricos de um cabo monopolar	123
Tabela A.2	Parâmetros físicos de um cabo monopolar	123

Tabela C.23 Regiões condutoras do cabo tripolar em análise. 159

Tabela C.24 Linhas que tem potencial único e definido 162

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCSS	Bomba Centrífuga Submersa Submarina.....	27
VFD	Variable Frequency Driver (Acionamento de Frequência Variável)	27
UEP	Unidade Estacionária de Produção	27
STDE	Sistema de Distribuição Elétrica Submarina	29
CA	Corrente Alternada	29
CC	Corrente Contínua	29
SEPS	Sistemas Elétricos de Potência Submarinos	29
MEF	Método dos Elementos Finitos	33
FEM	Finite Element Method	33
EDP	Equações Diferenciais Parciais.....	61
GRUCAD	Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos	113
EMTP	ElectroMagnetic Transients Program - Programa de Transitórios Eletromagnéticos	123
<i>RLGC</i>	Conjunto de parâmetros eletromagnéticos de um cabo. .	156

LISTA DE SÍMBOLOS

σ	Condutividade Elétrica [S/m]	31
ω	Frequencia Angular [rad/s]	31
ε	Permissividade Elétrica [F/m]	31
$I_n(\cdot)$	Função de Bessel modificada de primeiro tipo, de ordem n .	144
$K_n(\cdot)$	Função de Bessel modificada de segundo tipo, de ordem n .	144

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	27
1.2	MOTIVAÇÕES	30
1.3	OBJETIVOS	32
1.3.1	Objetivo geral	33
1.3.2	Objetivos específicos	33
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	34
2	CABOS DE POTÊNCIA	35
2.1	COMPONENTES DOS CABOS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA SUBMARINOS	35
2.1.1	Condutor central	39
2.1.2	Isolamento	41
2.1.3	Blindagem	42
2.1.4	Fitas semicondutoras	43
2.1.5	Camada externa	44
2.1.6	Armadura	44
2.1.7	Capa externa	44
3	IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS UNITÁRIAS	47
3.1	IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS DE UM CABO UNIPOLAR	47
3.2	IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS DE UM CABO TRIPOLAR	50
3.2.1	Matriz Impedância Série	50
3.2.2	Matriz Admitância paralela	53
3.2.3	Matrizes de sequência	56
3.2.3.1	Matriz de sequências para a impedância	56
3.2.3.2	Matriz de sequências para a admitância	58
4	MODELAGEM NUMÉRICA	61
4.1	EQUAÇÕES DE MAXWELL E LEIS DE COMPORTAMENTO PARA MODELO QUASE-ESTÁTICO DE CAMPO ELÉTRICO EM REGIME HARMÔNICO	61
4.1.1	Quantidade global discreta do tipo de fluxo	64
4.2	EQUAÇÕES DE MAXWELL E LEIS DE COMPORTAMENTO PARA MODELO MAGNETODINÂMICO EM REGIME HARMÔNICO	66
5	RESULTADOS	71

5.1	CABO MONOPOLAR COM RETORNO PELA BLINDAGEM	71
5.2	SISTEMAS TRIFÁSICOS	74
5.2.1	Análise para três cabos monopolares	75
5.2.1.1	Impedância série	75
5.2.1.2	Admitância paralela	80
5.2.2	Análise para um cabo tripolar	81
5.2.2.1	Aplicação do método de elementos finitos	82
5.2.2.2	Admitância paralela	95
5.3	MEDIÇÕES EM UM CABO TRIPOLAR DE 9,64 m	98
5.3.1	Indutâncias	98
5.3.2	Capacitâncias	104
6	CONCLUSÕES	109
6.1	ANÁLISE DOS RESULTADOS	109
6.2	CONTRIBUIÇÕES	113
6.3	SUGESTÕES DE CONTINUIDADE DA PESQUISA	113
	REFERÊNCIAS	115
	APÊNDICE A – Fatores de correção aplicados no projeto de um cabo utilizando software	123
	APÊNDICE B – Metodologia para obtenção das expressões analíticas das impedâncias e admitâncias do cabo	141
	APÊNDICE C – Manual do Módulo de Cabos na Tese	155

1 INTRODUÇÃO

As aplicações mais comuns de cabos de potência submarinos em tubulação nos sistemas de transmissão e distribuição de energia vão desde a alimentação elétrica de ilhas a partir do continente¹ e geração de energia eólica *offshore*, a alimentação de cargas (compressores e bombas) da indústria de petróleo, que é a principal motivação do presente trabalho.

Dentro do contexto da indústria de petróleo Brasileiro, desde a operação, em 1994, da primeira bomba centrífuga submersa submarina (BCSS) instalada pela Petrobras, passando pela implementação da primeira BCSS em águas profundas (as quais contavam com a alimentação do motor elétrico através de umbilicais de potência submarinos e foram planejadas desde 1992 como alternativa técnica para produção de poços submarinos), ocorre um aumento gradual da potência elétrica suprida para sistemas de processamento, bombeamento e compressão submarinos.

Os sistemas de processamento e bombeamento submarinos atuais são acionados por equipamentos instalados na superfície. Essa configuração demanda umbilicais de potência individuais alimentando cada uma das cargas submarinas. Assim, o aumento do número de cargas acarreta no aumento do número desses umbilicais. Desta forma, a alimentação de um grupo de cargas submarinas através de um único umbilical de potência para transmissão da energia elétrica com a distribuição de energia e acionamento das cargas realizada no leito marinho se apresenta como uma alternativa promissora para redução do custo total do sistema e viabilização da produção de áreas distantes.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Iniciado na década de 90, o desenvolvimento de sistemas de processamento, bombeamento e compressão submarinos vêm se concretizando, onde verifica-se um aumento contínuo do número de sistemas instalados, com capacidades de produção também crescentes. Muitos desses sistemas demandam a instalação de um motor elétrico, atualmente motores de indução, no leito marinho ou mesmo dentro do poço produtor. Tais motores são acionados por conversores de frequência

¹Ou interligação destas, como o caso da Islândia e Inglaterra, como também entre as ilhas da Dinamarca.

(VFD) de alta tecnologia, instalados em uma Unidade Estacionária de Produção (UEP), com a geração e distribuição de energia elétrica realizada na própria UEP.

O suprimento de energia dos conversores aos motores é realizado através de umbilicais² podendo ser umbilicais de potência (apenas cabos de potência presentes) ou umbilicais integrados (integram cabos de potência, controle, funções hidráulicas etc em uma mesma estrutura). Tais umbilicais são responsáveis por um custo alto de implantação, bem como representam peso para a UEP.

O crescimento do número de instalações de sistemas de processamento, bombeamento e compressão submarinos e o aumento da lâmina d'água de instalação desses sistemas acarretam em um número maior de umbilicais com maior comprimento. Adicionalmente, o aumento da capacidade desses sistemas pode acarretar no aumento da demanda elétrica. Neste cenário, a busca por um sistema de transmissão único para alimentação de um grupo de cargas torna-se atrativo, uma vez que os custos associados à aquisição e instalação de umbilicais são da ordem de 1 milhão de dólares por quilômetro instalado.

A instalação de conversores de frequência na superfície também impacta a UEP, por demandar espaço abrigado e climatizado. Além disto, nos terminais de saída dos conversores são instalados filtros para que não ocorra o problema de reflexão de ondas de tensão entre conversor e motor por conta dos longos comprimentos de cabos, sendo o tamanho desses filtros diretamente dependente da taxa de variação das tensões na saída dos conversores, o que impacta em mais área e carga térmica na UEP. Adicionalmente, em aplicações de longa distâncias, o fenômeno de reflexão pode vir a produzir efeitos de elevação de tensão ao longo do umbilical e/ou em sua extremidade submarina.

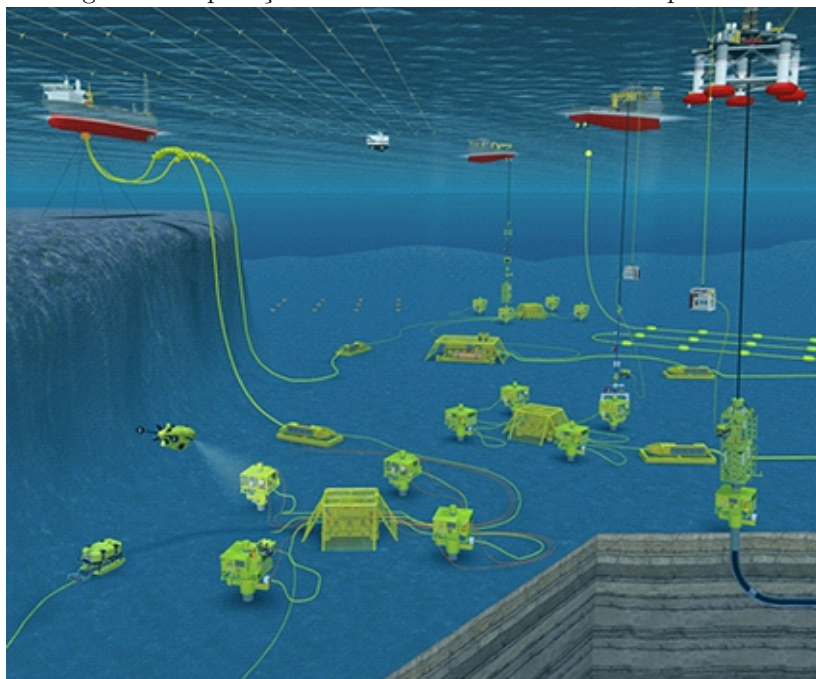
Numa perspectiva de suprimento de energia, os sistemas atuais são aterrados por alta resistência, em corrente alternada 60 Hz com painéis de distribuição e conversores de frequência também instalados na UEP, tendo como cargas motores de indução instalados no leito marinho ou em poços produtores cujos alimentadores são umbilicais de potência. A geração de energia em tais sistemas de suprimento se dá, tipicamente, por geradores síncronos trifásicos acionados por turbinas a gás. Os principais desafios em tais sistemas de energia encontram-se na redução de seu custo total e na melhoria de sua confiabilidade. Isto se traduz pela busca por arquiteturas de sistema e operação energeticamente mais eficientes, equipamentos adequados a tais arquiteturas e a garantia de desempenho semelhante ou superior dos pontos de vista

²O termo umbilical utilizado ao longo do texto é sinônimo de cabo em tubulação.

de manutenção, continuidade de operação, funções realizadas, flexibilidade, segurança, vida útil, entre outros.

Uma alternativa técnica aos sistemas atuais é a implementação de sistemas de transmissão e distribuição elétrica submarina (STDES). Em tal alternativa, parte dos componentes do sistema é instalada no leito do mar (Figura 1). Isto traz consigo possíveis vantagens no que se refere ao número de umbilicais, o qual pode ser reduzido a um se a distribuição for implementada fisicamente no fundo do mar, e à redução da quantidade de equipamentos instalados em plataformas, o que reduz área e peso nas UEPs. Por outro lado, traz desafios tecnológicos significantes no desenvolvimento dos equipamentos de distribuição e acionamento submarinos.

Figura 1 – Aplicação dos umbilicais na indústria do petróleo.



Esta alternativa utilizando STDES pode ser implementada por diferentes arquiteturas, as quais podem prever partes do sistema em Corrente Alternada (CA), enquanto outras utilizam Corrente Contínua (CC). Pode haver sistemas com predominância de linhas em CA ou de linhas em CC e, ainda, sistemas onde as proporções CA e CC são

equilibradas. Além disto, podem-se ter frequências de operação diferentes ao longo do sistema, e mesmo variáveis com o tempo. Todavia, a tecnologia necessária para se viabilizar os STDES encontra-se em fase embrionária, haja vista a pequena quantidade de publicações científicas especializadas realizadas nesta área, as quais tipicamente apresentam estudos ainda incompletos e, em alguns casos, por simulação numérica ao invés de resultados experimentais. Outro sinal ainda mais claro da necessidade de aprofundamento nos estudos de tais sistemas é a inexistência de equipamentos comerciais disponíveis para a implementação de tais alternativas.

Com isto, verifica-se claramente a necessidade da indústria de petróleo e gás de perseguir o conhecimento profundo de tais tecnologias e, a necessidade de definição da rota tecnológica a ser seguida para a implementação de STDES, incluindo a especificação de seus equipamentos, para atingir os objetivos de redução de custo de produção.

De maneira geral, há a necessidade de planejar os STDES para sua utilização no complexo e desafiador ambiente de exploração e produção *offshore* no que se referem a sua configuração física, metodologias de operação, técnicas de controle e proteção. Deve-se ainda comparar diferentes arquiteturas, buscando-se conhecimento de suas características operacionais, potencialidades e desafios, almejando-se, por fim, a capacidade de escolha entre as diferentes configurações de sistema para a implantação de futuros sistemas de potência submarinos. Este projeto insere-se neste contexto, procurando-se, com ele, conhecer, através de técnicas de modelagem matemática as principais características das arquiteturas alternativas e, posteriormente, planejar sua operação. Buscando-se constantemente a confrontação das diferentes alternativas para o ambiente atual da indústria.

1.2 MOTIVAÇÕES

A expansão de sistemas de transmissão não-convencionais representa uma grande tendência devido ao crescimento da indústria de petróleo. A implantação de plataformas a grandes distâncias do litoral em águas profundas exige trechos quilométricos de umbilicais. O alto custo de instalação faz com que estes umbilicais agreguem, cada vez mais, outros elementos em seu interior (ROCHA, 2007). Sistemas de transmissão de energia, comunicação, comando, entre outros, são instalados de forma compacta envolvidos por uma armadura metálica, criando um grande desafio para a modelagem dos mesmos. A repre-

sentação da variação dos parâmetros com a frequência devido ao efeito pelicular, solenóide e de proximidade, exige soluções numéricas, tais como: Técnicas de Elementos Finitos (TRIANTAFYLIDIS; PAPAGIANNIS; LABRIDIS, 1999) e Método da Subdivisão de condutores (ARIZON; DOMMEL, 1987), que não são aplicadas em programas de simulação atualmente utilizados.

Devido à configuração dos umbilicais de potência, os parâmetros elétricos longitudinais e transversais, por unidade de comprimento, não podem ser obtidos usando as subrotinas convencionais de cálculos de parâmetros disponíveis em programas de transitórios eletromagnéticos, tais como um EMTP-RV e ATP (ROCHA, 2007). Significantes esforços têm sido feitos para aplicar estes modelos em programas do tipo EMTP (DOMMEL, 1996), onde já é possível obter resultados satisfatórios, e diversos trabalhos de modelagem de sistemas de cabos de potência e de linhas de transmissão são de grande contribuição (AES, 1992; MARTI, 1982, 1988).

A formulação na modelagem analítica de umbilicais de potência são formulações “clássicas”, que envolvem funções de Bessel (SCHELKUNOFF, 1934) e séries numéricas infinitas (AMETANI, 1980). A formulação “clássica” pode ser entendida, portanto, como uma solução “exata” desde que sejam válidas as hipóteses associadas ao cálculo de parâmetros unitários, a saber (ROCHA, 2007):

- Propagação do campo eletromagnético se dá através de uma onda plana, permitindo-se a aplicação das hipóteses quase-estacionárias;
- Todos os meios envolvidos são homogêneos, lineares e isotrópicos de parâmetros constitutivos (condutividade elétrica, permissividade elétrica e permeabilidade magnética) constantes no domínio da frequência;
- Quando se consideram cabos enterrados, a profundidade dos mesmos é considerada constante;
- Todos os condutores envolvidos são cilíndricos sem protuberâncias ou saliências e a hipótese de bom condutor ($\sigma \gg \omega\epsilon$) para toda a faixa de frequência é considerada.

Os programas comerciais de transitórios usam expressões aproximadas para o cálculo das impedâncias longitudinais por unidade de comprimento para a representação mais precisa de linhas de transmissão ou cabos subterrâneos (ROCHA, 2007). O Programa ATP tem,

em sua biblioteca, um modelo de cabos pipe-type, porém, não apresentou resultados satisfatórios durante algumas simulações realizadas. Rocha (ROCHA, 2007) cita em seu trabalho que no caso do ATP tal comportamento era esperado, visto que um modelo de cabos completo implicaria na representação do mesmo em coordenadas de fase ou a inclusão da variação da matriz de transformação no modelo modal. O modelo em coordenadas de fase implementado no ATP é baseado na IARMA (NODA, 1996) apresentando diversas limitações computacionais, conforme apresentado em (FERNANDES A. B.; NEVES, 2002). Já o modelo utilizando a matriz modal variante na frequência foi desenvolvido por L. Martí (MARTI, 1988), encontra-se implementado apenas no programa EMTP-RV.

Face as limitações supracitadas, surge a motivação da implementação de uma modelagem do cabo diretamente em coordenadas de fase. Uma modelagem numérica em elementos finitos 2D, desenvolvida neste trabalho, atende a necessidade. Além da vantagem da modelagem diretamente em coordenadas de fase, efeitos como o de proximidade (não atendidos pela modelagem analítica) serão calculados na análise numérica.

1.3 OBJETIVOS

Os equipamentos ou sistemas alimentados, como também os cabos, precisam estar devidamente protegidos em situações de curto-circuito, sobrecarga e transitórios. Um modelo preciso de cabos é necessário para representar com acurácia as formas de onda de tensão e corrente na carga e na linha de transmissão, fornecendo subsídios técnicos para a escolha do sistema de proteção mais adequado a ser adotado para cada situação.

Em cabos tripolares, diferentemente dos monopolares, mesmo a 50/60 Hz, os seguintes aspectos devem ser levados em conta para a modelagem: (i) efeito de proximidade gerado pelas correntes dos condutores centrais; e (ii) correntes induzidas na blindagem metálica e seus efeitos na composição da impedância de cada fase do cabo. Neste contexto, são apresentados os objetivos do presente trabalho, nas subseções que seguem.

1.3.1 Objetivo geral

Contribuir com a modelagem analítica e numérica de cabos de potência submarinos tripolares. A modelagem deve permitir calcular as resistências, as indutâncias e as capacitâncias distribuídas desses cabos para uma determinada faixa de frequência. A modelagem analítica é implementada em MATLAB, e a modelagem numérica, usando o MEF (Método de Elementos Finitos), é implementada com auxílio de dois softwares livres: Gmsh (a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre and post-processing facilities), que é um pré e pós-processador; e GetDP (a General Environment for the Treatment of Discrete Problems), que é o solver. Para a modelagem numérica foi necessário desenvolver arquivos específicos para o cálculo da capacitância e para o cálculo da impedância em regime harmônico. O cálculo da capacitância considera a implementação do conceito de potencial flutuante que permite definir grandezas globais para se obter a carga elétrica e, conseqüentemente, a capacitância, a partir da aplicação de uma diferença de potencial no domínio de estudo. O arquivo para o cálculo da impedância considera o acoplamento com equações de circuito para se levar em conta a tensão elétrica aplicada aos condutores.

O resultado concreto da contribuição principal da presente tese é a implementação de um módulo de cabos ao programa de elementos finitos Gmsh/GetDP. O desdobramento para atingir este resultado, são dados pelas etapas do trabalho, a seguir.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Buscar na literatura existente modelos analíticos de cabos elétricos de potência.
2. Desenvolver uma metodologia analítica que retorne estes modelos em função da frequência em forma de gráficos.
3. Comparar os resultados encontrados com os fornecidos pelos fabricantes a frequência industrial.
4. Desenvolver uma metodologia numérica que retorne estes modelos em função da frequência em forma de gráficos.
5. Compreender o significado físico dos resultados numéricos para a gama de frequências entre 1 Hz a 50 kHz.

6. Comparar os resultados obtidos pela metodologia numérica com resultados analíticos.
7. Comparar os resultados obtidos pela metodologia numérica com valores medidos para o cabo de 9,64 m disponível na UFSC.
8. Publicar artigos em congressos e revistas da área.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Os capítulos subsequentes estão estruturados da seguinte forma:

- No Capítulo 2 é apresentado o estado da arte dos modelos de cabos. Inicia-se apresentando as partes constituintes, depois os fatores de correção aplicados devido as simplificações no modelo e, por fim, o modelo analítico da impedância série e admitância paralela distribuídos do cabo singelo (unipolar).
- No Capítulo 3 é explanada uma metodologia de cálculo dos parâmetros eletromagnéticos de transmissão de cabos tripolares de potência.
- No Capítulo 4 são apresentadas considerações sobre a formulação quase-estática de campo elétrico em potencial escalar elétrico em regime harmônico utilizada para o cálculo da admitância paralela; e sobre a formulação magnetodinâmica em regime harmônio usada para o cálculo da impedância série.
- No Capítulo 5 são apresentados os resultados da modelagem de cabos de potência submarinos. Os resultados provenientes das abordagens analítica e numérica são comparados. Além disso, apresentam-se considerações sobre o modelagem dos cabos tripolares quando comparados com os unipolares. Por fim é apresentado o comparativo entre os resultados retornado pela ferramenta numérica desenvolvida e medições.
- Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões do presente estudo, a análise dos resultados obtidos, os artigos publicados e submetidos até o momento, a contribuição do presente trabalho e as sugestões de continuidade da pesquisa.

2 CABOS DE POTÊNCIA

Diversas formas e estilos de cabos de potência submarinos foram inventados, desenvolvidos, fabricados, testados e instalados durante mais de cem anos. Os *showrooms* dos fabricantes de cabos exibem uma variedade fascinante de projetos, todos feitos com arte de engenharia contemporânea e empreendedorismo. Existem histórias de sucesso, e há histórias de insucesso (WORZYK, 2009).

É difícil classificar determinados tipos de cabos de potência devido uma grande variedade de formas, arranjos, materiais utilizados e níveis de tensão disponíveis. Basicamente, a classificação dos cabos pode ser baseada nas características construtivas ou de acordo com o método de instalação do sistema.

2.1 COMPONENTES DOS CABOS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA SUBMARINOS

Nas Figuras 2 e 3 é possível verificar as partes constituintes destes tipos de cabo. Em aplicações navais ou marinhas é comum a utilização de uma armadura metálica abaixo da cobertura ou, até mesmo, uma camada mais externa, tendo como principal função a proteção mecânica das camadas mais internas.

O grande número de diferentes tipos e limitações de cabos elétricos de potência submarinos e suas variedades pode ser confuso para aqueles que não estão profundamente envolvidos no assunto. É uma das tarefas principais do livro de Worzyk (WORZYK, 2009) criar uma melhor compreensão das possibilidades e limitações de cabos de potência submarinos. Para fazer isso, cinco tipos de cabos genéricos são retirados daquela referência e apresentados na Tabela 2.1, onde são resumidas suas principais características.

Face ao universo de cabos de potência submarinos fabricados, procura-se nesta seção descrever seus principais elementos construtivos, tomando como base a Figura 4 e a Tabela 2, retirados de (WORZYK, 2009) e de catálogos de fabricantes (ABB, 2015; NEXANS, 2015).

Figura 2 – Corte transversal de um umbilical de potência submarino trifásico.

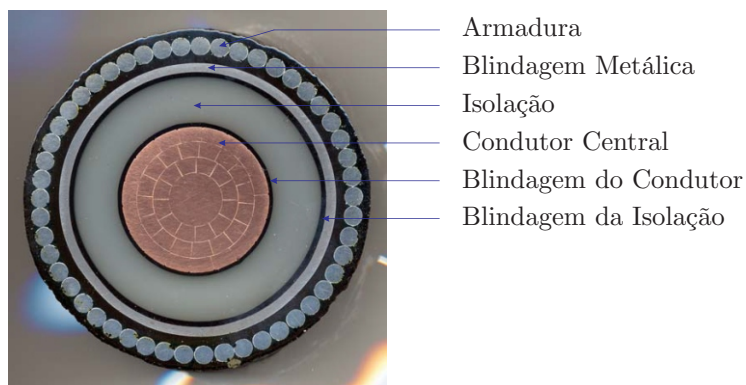
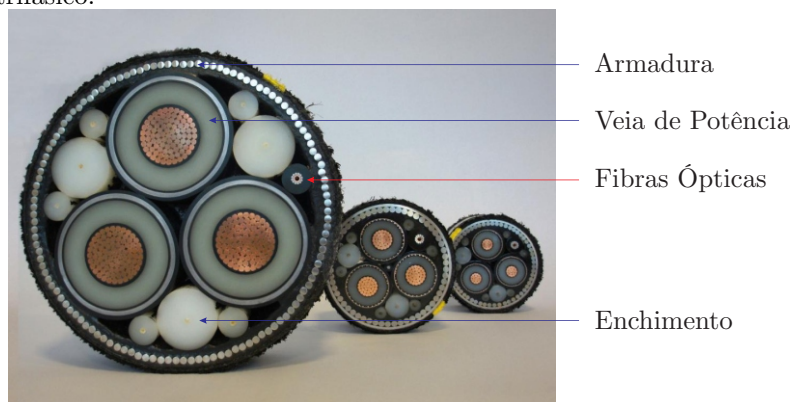


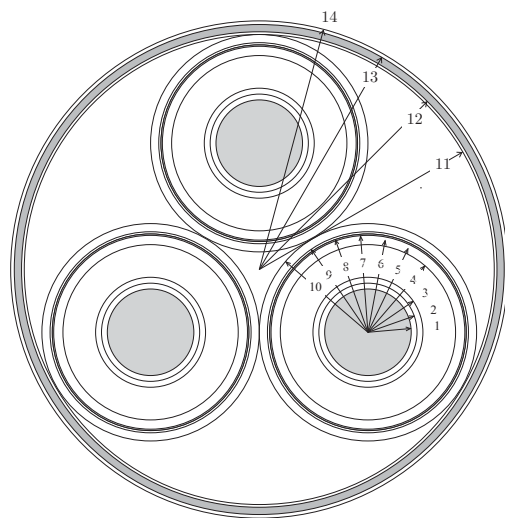
Figura 3 – Cabo elétrico de potência de núcleo único.

Tabela 1 – Cinco tipos de cabos de potência submarinos.

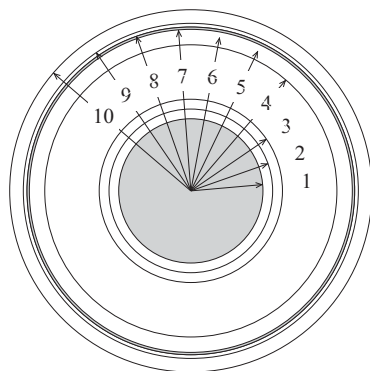
					
Cabo Número	1	2	3	4	5
Tensão Nominal	33 kVac	150 kVac	240 kVac	320 kVcc	450 kVcc
Isolação	XLPE, EPR	XLPE	Óleo/papel ou XLPE	Extrudado	Impregnado
Aplicações Típicas	Alimentação de pequenas ilhas, conexões de geradores eólicos	Conexão de ilhas com grande população, cabos para usinas eólicas	Travessia de rios com grande capacidade de transmissão	Ligações de longa distância de plataformas marítimas ou parques eólicos	Conexão de longas distâncias de redes de energia autônomas
Comprimento Típico	20 - 30 km	70 - 150 km	< 50 km	> 500 km	> 500 km
Capacidade Típica	30 MW	180 MW	700 MW / três cabos	1000 MW / dois cabos	600 MW / cabo

Fonte: Worzyk (2009).

Figura 4 – Elementos construtivos de um cabo submarino: (a) Cabo trifásico e (b) Veia de potência.



(a)



(b)

Tabela 2 – Enumeração dos elementos construtivos de uma veia de potência da Figura 5(b).

Item	Componente
1	Condutor central
2	Fita de bloqueio de água
3	Blindagem do condutor
4	Isolante
5	Blindagem do isolante
6	Terceira camada semicondutora
7	Fita bloqueadora de água
8	Blindagem metálica
9	Fita de bloqueio de água
10	Camada externa

2.1.1 Condutor central

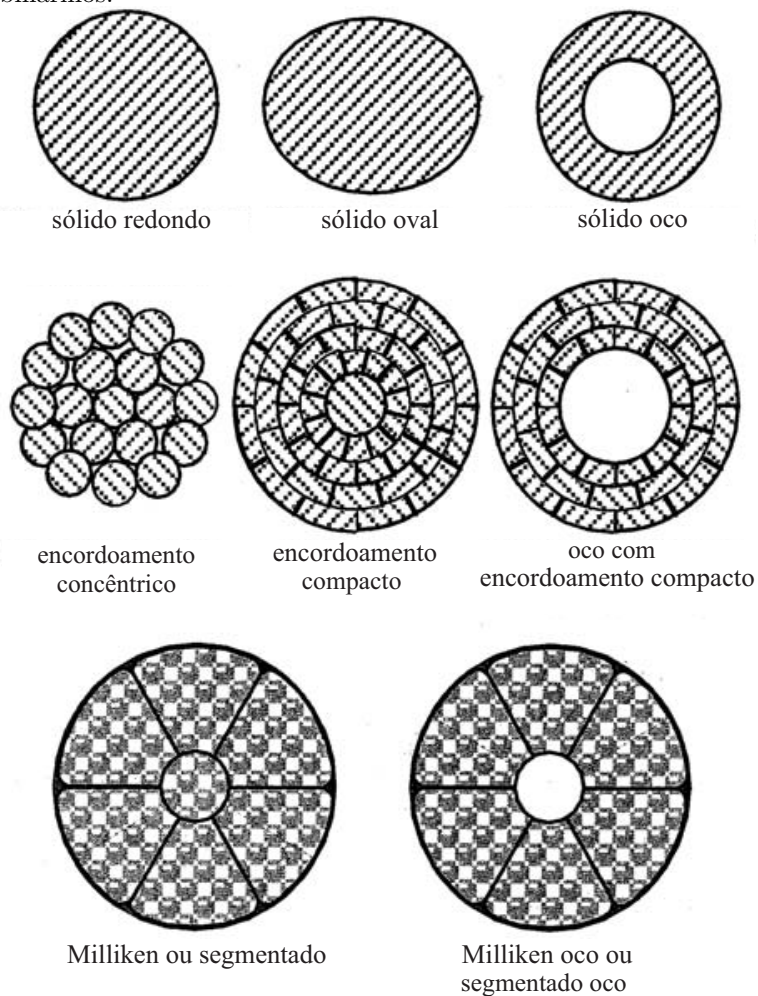
Os condutores dos cabos elétricos de potência submarinos são feitos de cobre ou de alumínio. Mesmo sendo o cobre mais caro que o alumínio em relação a capacidade de transporte de corrente, a maioria dos cabos de potência submarinos tem condutores de cobre. O cobre permite uma menor secção transversal e, portanto, requer menos material para as camadas exteriores, tais como fios de chumbo e de aço. No entanto, há ocasiões em que o alumínio é a melhor solução.

Não há nenhuma regra fixa para melhor escolha, os custos dos metais variam fortemente com a volatilidade do mercado. A limitada resistência à corrosão do alumínio às vezes é levada em conta na escolha de cabos de cobre. Contudo, se a água do mar penetra no isolamento, isto pode provocar corrosão do condutor e o cabo deve ser reparado ou substituído, independentemente do material do condutor.

Os condutores podem ser fabricados sob diversas formas e configurações. As mais comumente utilizadas são mostradas na Figura 5 (WORZYK, 2009).

Os condutores sólidos são aplicados principalmente em baixa e média tensão CA para secções transversais não superiores a 400 mm^2 , pois acima deste valor apresentam baixa flexibilidade. Esta qualidade, fundamental para o manuseio do cabo, está presente em protótipos formados por diversas camadas de fios, sobretudo aqueles com encordoamento concêntrico. Sua utilização em CA se limita a secções de

Figura 5 – Condutores típicos utilizados em cabos elétricos de potência submarinos.



Fonte: Worzyk (2009).

1000 mm² em cobre e de 1600 mm² em alumínio (BARTNIKAS; SRIVASTAVA, 2000), face a presença do efeito pelicular. Assim, projetos especialmente desenvolvidos para minimizá-lo empregam, sobretudo em extra alta tensão, condutores Milliken, compostos por 5 a 6 segmentos triangulares iguais isoosladados por fitas de papel. Já para a transmissão submarina CC, fios com encordoamento compacto constituem a solução mais econômica. Condutores ocos, por sua vez, são usados somente em cabos cujo sistema de isolamento depende do suprimento de óleo de baixa viscosidade.

2.1.2 Isolamento

O isolamento do cabo fornece uma barreira eficaz entre superfícies com uma diferença de potencial. É de extrema importância que o sistema de isolamento seja absolutamente limpo e uniforme. Além disso, a parede de isolamento deve ser mecanicamente robusta e resistente à temperatura e ao envelhecimento. Durante mais de 150 anos, vários cabos elétricos de potência têm sido utilizados, desenvolvidos, aprovados e rejeitados incluindo diferentes materiais de isolamento. Estes materiais de isolamento não são diferentes daqueles usados em cabos subterrâneos, no entanto, as condições de produção e aplicação podem ser diferentes. Hoje, cabos elétricos de potência submarinos de média e alta tensão são fabricados com apenas alguns materiais de isolamento diferentes. Informações detalhadas sobre as propriedades dielétricas e estrutura química de materiais de isolamento de cabos podem ser encontrados em outras referências (BARTNIKAS; SRIVASTAVA, 2000).

Os requisitos a seguir listados são determinantes para a escolha do material isolante em qualquer aplicação (TEIXEIRA JR., 2004):

- Elevada rigidez dielétrica tanto na frequência industrial quanto durante fenômenos transitórios (surtos de manobra e efeitos atmosféricos).
- Baixas perdas dielétricas, o que pressupõe valores reduzidos para o produto do fator de dissipação ($\tan \delta$) pela permissividade elétrica (ϵ).
- Baixa resistividade térmica, de modo a permitir uma fácil dissipação do calor gerado no condutor.
- Estabilidade térmica em regime permanente, sobrecarga emergencial e em condições transitórias de curto-circuito.

- Estabilidade das propriedades elétricas quando em contato com a água (resistência ao fenômeno *water-treeing*).
- Resistência ao envelhecimento nas condições de temperatura e gradientes elétricos de projeto, de maneira a garantir ao cabo uma vida útil superior aos 30 anos.
- Flexibilidade, sobretudo nas instalações móveis (plataformas marítimas).
- Robustez, a fim de suportar os esforços mecânicos tanto na etapa de instalação (lançamento) quanto durante o período de vida útil do cabo.

2.1.3 Blindagem

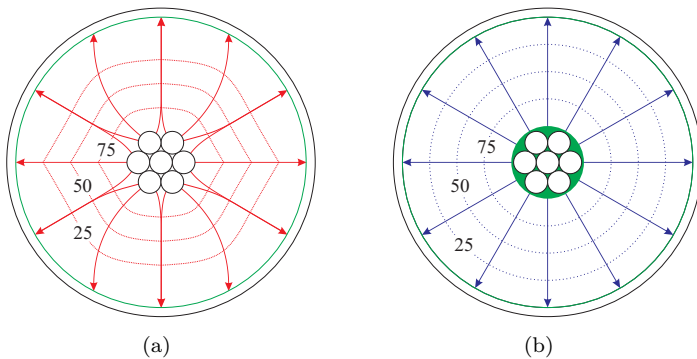
É um material condutor que envolve o condutor elétrico e/ou sua isolamento com a finalidade de confinar o campo elétrico e escoar as correntes induzidas e de curto-circuito (MAMEDE FILHO, 2005), cuja principal função em cabos submarinos é outra: equipotencialização da superfície e bloqueio da passagem de água para o isolante, ajudando a manter a rigidez dielétrica do mesmo. O metal mais utilizado nas blindagens é, sem dúvida, o chumbo, cujas características de impermeabilidade não permitem nem mesmo a difusão de vapores úmidos. Em alguns projetos o chumbo tem sido empregado com a finalidade de adicionar peso ao cabo, de maneira que este permaneça estável no solo marinho (WORZYK, 2009). Por outro lado, sua elevada fragilidade requer a aplicação conjunta de materiais que o reforcem mecanicamente, tais como fitas de bronze. Além disto, o chumbo não costuma ser especificado em cabos sujeitos a esforços dinâmicos, haja vista sua grande susceptibilidade aos processos de fadiga. As plataformas marítimas de produção constituem um bom exemplo destes casos, nos quais é mais comum o uso de cobre na blindagem metálica. Em plataformas de petróleo é usado a blindagem metálica de cobre, mais indicada para aplicações com solicitações de esforços dinâmicos. Nestes casos, fitas de bloqueio acima e abaixo da blindagem metálica são usadas de forma a auxiliar na função de bloqueio contra migração de água.

2.1.4 Fitas semicondutoras

São materiais semicondutores que envolvem o condutor elétrico e sua isolamento com a finalidade de uniformizar o campo elétrico dentro do isolante. A primeira fita semicondutora fica entre o condutor e o isolante e a segunda entre o isolante e a blindagem (veja as partes verdes da Figura 7(b)).

A primeira fita semicondutora, também conhecida como blindagem interna, é extrudada em conjunto com o isolante, de modo a permitir a obtenção de ligações moleculares estáveis entre ambos (TEIXEIRA JR., 2004). Sua principal finalidade é preencher os espaços existentes entre as superfícies externa do condutor e interna do isolante. Assim, garante-se uma forma praticamente cilíndrica ao primeiro e, consequentemente, uma distribuição uniforme do campo elétrico no interior do último (Figura 6). Isto evita a concentração de gradientes de tensão elevados em determinados pontos do dielétrico e, por conseguinte, sua destruição gradual pela formação de descargas parciais.

Figura 6 – Campo Elétrico e Linhas Equipotenciais em um cabo de potência: (a) sem fitas semicondutoras e (b) com fitas semicondutoras.



Fonte: Mamede Filho (2005).

A Fita semicondutora entre isolante e blindagem metálica, também conhecida como blindagem externa, é composta pelo mesmo material da blindagem do condutor e tem a mesma função desta. Com a aplicação das fitas semicondutoras, tem-se uma mesma impedância característica ao longo do comprimento do cabo, o que contribui para evitar pontos de reflexão no interior deste, melhorando seu desempenho perante so-

licitações de impulso (TEIXEIRA JR., 2004).

2.1.5 Camada externa

Normalmente é composta por polietileno de baixa (LPDE) ou alta (HDPE) densidade. Sua função é fornecer maior estabilidade mecânica às blindagens metálicas, sobretudo aquelas constituídas por chumbo. Outros materiais utilizados com a mesma finalidade são o PVC e o poliuretano de poliamida (“Nylon”), esta última com propriedades superiores inclusive às do HDPE. De modo a equalizar a distribuição do campo elétrico em seu interior, as camadas externas poliméricas são muitas vezes fabricadas a partir de materiais semicondutores de polietileno em processos específicos de extrusão.

2.1.6 Armadura

É um reforço mecânico que envolve cabos unipolares ou multipolares com o objetivo de oferecer resistência à tração e/ou resistência radial dos cabos. Normalmente é aplicada em cabos destinados a serviços onde se deva precaver contra danos mecânicos.

Uma proteção metálica pode ser constituída das seguintes formas:

- Fitas planas de aço aplicadas helicoidalmente.
- Fitas corrugadas de aço ou alumínio, aplicadas transversalmente. Trata-se do tipo mais moderno, pois além de garantir maior resistência, proporciona boa flexibilidade.
- Fios aplicados longitudinalmente.

2.1.7 Capa externa

É uma camada não metálica que tem como objetivo proteger o núcleo contra agentes do ambiente que venham a danificá-lo onde o cabo está instalado. Na maioria dos casos, a capa externa é de PVC, por ser um material mais econômico e que atende as solicitações. Em ambientes sujeitos a poluição, a capa de PVC é substituída por neoprene.

Geralmente nos umbilicais de plataformas de petróleo esta capa externa constitui-se de uma camada de polietileno de alta densidade

extrudada sobre a armadura do umbilical, cuja finalidade é manter os arames posicionados e proteger o umbilical contra danos mecânicos.

3 IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS UNITÁRIAS

Um sistema trifásico de cabos pode ser constituído de três cabos monopulares ou de um cabo tripolar. É relativamente comum encontrar referências sobre modelagem de cabos, quando estes são considerados monopulares e modelados de forma que a corrente do condutor central retorna pela blindagem metálica. Mais difícil, contudo, é encontrar modelos de cabos tripolares, onde considera-se a corrente de um condutor central retornando pelos outros dois.

O presente capítulo será dividido em duas seções, uma que explana sobre o modelo do cabo monopolar, e outra que discorre sobre cabos tripolares. Nesta última, considerações especiais sobre acoplamento mútuo entre fases e fases e blindagens serão abordadas.

3.1 IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS DE UM CABO UNIPOLAR

A fim de apresentar também análises quantitativas para as equações de impedância e admitância a serem deduzidas para cada parte de um cabo, são aplicados parâmetros numéricos a estas equações e feitas análises gráficas das respostas retornadas por estas equações. Os parâmetros geométricos foram retirados de Gustavsen et al. (2009) e reproduzidos na Figura 7.

Aplicando-se o equacionamento apresentado no Apêndice B ao cabo apresentado na Figura 7, obtêm-se os gráficos das Figuras 8 e 9 para a impedância.

Nos gráficos das Figuras 8, 9 e 10, tem-se:

- r_a e l_a indicam, respectivamente, a resistência e a indutância interna do condutor central, que é encontrada aplicando-se (B.16);
- r_c e l_c indicam, respectivamente, a resistência e a indutância interna da blindagem, que é encontrada aplicando-se (B.20);
- l_{ext} representa a indutância externa, que tem relação ao fluxo magnético dentro do isolante entre núcleo e blindagem, que é encontrada aplicando-se (B.17).
- r_{loop} e l_{loop} são a resistência e a indutância total do loop, respectivamente.

A capacitância não varia com a frequência na faixa de frequência em análise, e é dada pela expressão (B.30). Desprezando-se as perdas

Figura 7 – Modelo de cabo utilizado por Gustavsen et al. (2009) para validação de resultados em seu trabalho.

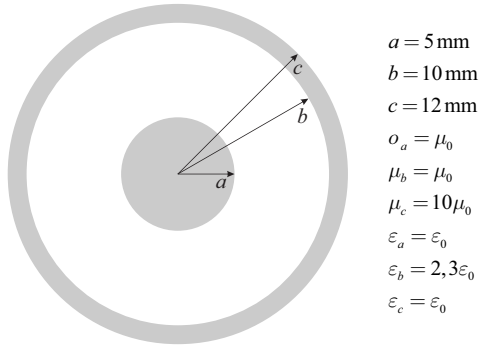


Figura 8 – Variação da resistência com a frequência para uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz

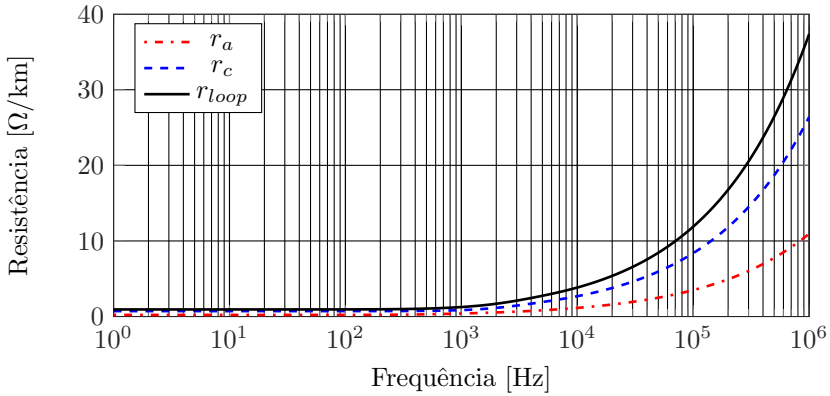


Figura 9 – Variação da resistência com a frequência para: (a) uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz e (b) um detalhe entre 10 Hz e 1 kHz.

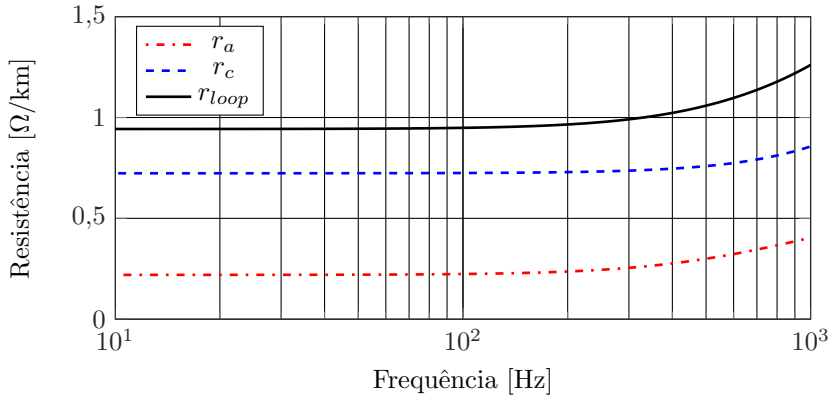
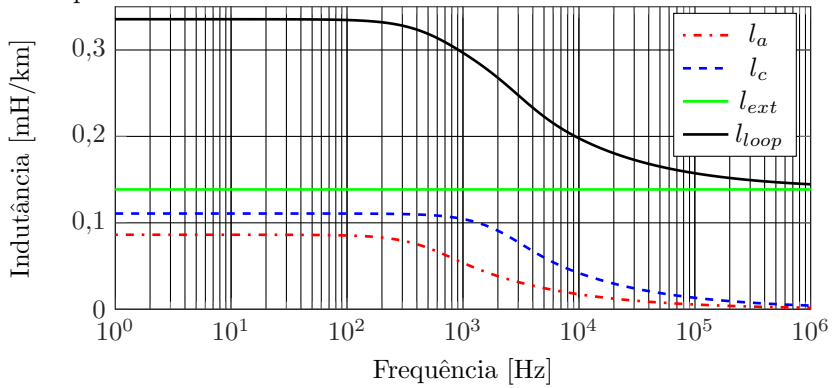


Figura 10 – Variação da indutância com a frequência para uma faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz.



no isolante e substituindo os valores apresentados na Figura 7 chega-se ao valor $C = 184,6 \text{ nF/km}$.

3.2 IMPEDÂNCIAS E ADMITÂNCIAS DE UM CABO TRIPOLAR

De forma semelhante a que foi feita na Seção 3.1, será apresentada uma metodologia de cálculo da impedância série e admitância paralela de um cabo tripolar. Quando comparado ao cabo monopolar, a maior dificuldade está na obtenção de seus parâmetros face a seus elementos metálicos não estarem dispostos de forma concêntrica. Some-se a isto o acoplamento mútuo entre as fases em termos de impedância.

3.2.1 Matriz Impedância Série

Quando tratado de cabos tripolares, adota-se a seguinte notação:

- as letras a , b e c representam os condutores centrais de cada fase;
- os números 1, 2 e 3 representam as blindagens metálicas que envolvem as fases a , b e c , respectivamente;
- a letra g representa a armadura.
- a letra e representa o meio externo (condutor de retorno).

A Figura 11 apresenta o modelo das quedas de tensão ao longo de um cabo tripolar com armadura.

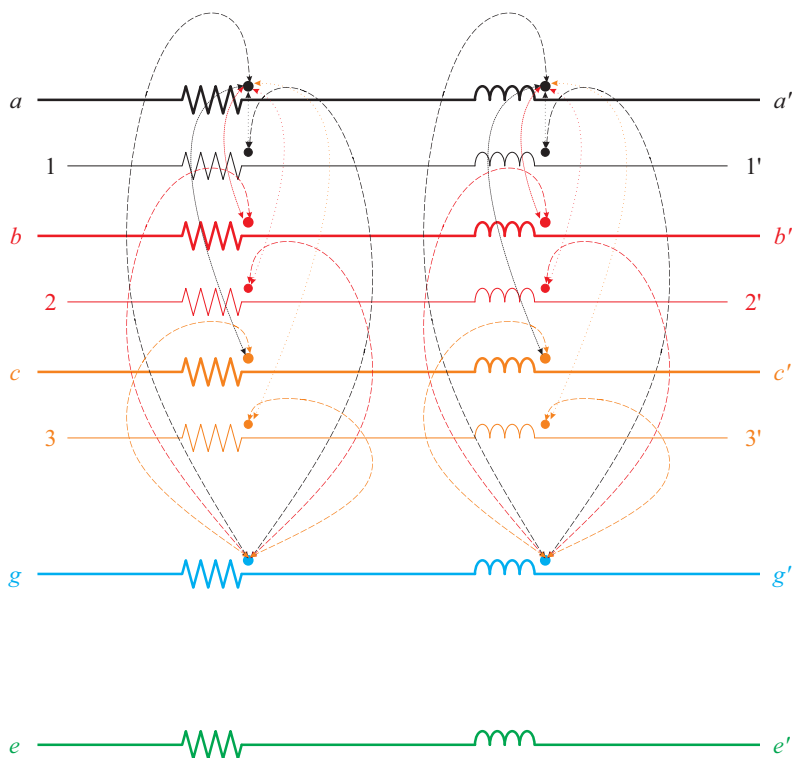
A Equação (3.1) leva em conta o efeito da influência das impedâncias mútuas entre todos os condutores.

$$\begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_1 - V_{1'} \\ V_2 - V_{2'} \\ V_3 - V_{3'} \\ V_g - V_{g'} \\ V_e - V_{e'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{a1} & \bar{z}_{a2} & \bar{z}_{a3} & \bar{z}_{ag} & 0 \\ \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{b1} & \bar{z}_{b2} & \bar{z}_{b3} & \bar{z}_{bg} & 0 \\ \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{cc} & \bar{z}_{c1} & \bar{z}_{c2} & \bar{z}_{c3} & \bar{z}_{cg} & 0 \\ \bar{z}_{a1} & \bar{z}_{b1} & \bar{z}_{c1} & \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} & \bar{z}_{13} & \bar{z}_{1g} & 0 \\ \bar{z}_{a2} & \bar{z}_{b2} & \bar{z}_{c2} & \bar{z}_{12} & \bar{z}_{22} & \bar{z}_{23} & \bar{z}_{2g} & 0 \\ \bar{z}_{a3} & \bar{z}_{b3} & \bar{z}_{c3} & \bar{z}_{13} & \bar{z}_{23} & \bar{z}_{33} & \bar{z}_{3g} & 0 \\ \bar{z}_{ag} & \bar{z}_{bg} & \bar{z}_{cg} & \bar{z}_{1g} & \bar{z}_{2g} & \bar{z}_{3g} & \bar{z}_{gg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_g \\ I_e \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde:

- \bar{z}_{aa} , \bar{z}_{aa} , e \bar{z}_{aa} representam as impedâncias próprias primitivas das fases;

Figura 11 – Representação da queda de tensão série em um cabo de potência tripolar, por meio de elementos passivos de circuito elétrico.



- \bar{z}_{ab} , \bar{z}_{ac} , e \bar{z}_{bc} representam as impedâncias mútuas primitivas entre fases;
- \bar{z}_{11} , \bar{z}_{13} , e \bar{z}_{33} representam as impedâncias próprias primitivas das blindagens;
- \bar{z}_{12} , \bar{z}_{13} , e \bar{z}_{23} representam as impedâncias mútuas primitivas entre blindagens;
- \bar{z}_{a1} , \bar{z}_{b2} , e \bar{z}_{c3} representam as impedâncias mútuas primitivas entre fase e blindagem respectiva;
- \bar{z}_{a2} , \bar{z}_{a3} , \bar{z}_{b1} , \bar{z}_{b3} , \bar{z}_{c2} , e \bar{z}_{c3} , representam as impedâncias mútuas primitivas entre fase e blindagem não-respectiva;
- \bar{z}_{gg} representa a impedância própria primitiva da armadura;
- \bar{z}_{ga} , \bar{z}_{gb} , e \bar{z}_{gc} representam as impedâncias mútuas primitivas entre a armadura e fases;
- \bar{z}_{g1} , \bar{z}_{g2} , e \bar{z}_{g3} representam as impedâncias mútuas primitivas entre a armadura e blindagens;
- z_{ee} , representa a impedância de retorno.

Uma metodologia de cálculo analítico de cada uma das impedâncias supracitadas é apresentada no Apêndice B.

A matriz (3.1) pode ser reduzida em uma linha e uma coluna, se na última linha substituírmos I_e por $I_a + I_b + I_c + I_1 + I_2 + I_3 + I_g$, que reescrita assume a forma:

$$\begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_1 - V_{1'} \\ V_2 - V_{2'} \\ V_3 - V_{3'} \\ V_g - V_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{a1} & z_{a2} & z_{a3} & z_{ag} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} & z_{b1} & z_{b2} & z_{b3} & z_{bg} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} & z_{c1} & z_{c2} & z_{c3} & z_{cg} \\ z_{a1} & z_{b1} & z_{c1} & z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{1g} \\ z_{a2} & z_{b2} & z_{c2} & z_{12} & z_{22} & z_{23} & z_{2g} \\ z_{a3} & z_{b3} & z_{c3} & z_{13} & z_{23} & z_{33} & z_{3g} \\ z_{ag} & z_{bg} & z_{cg} & z_{1g} & z_{2g} & z_{3g} & z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_g \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Pode-se comprovar que reescrever a matriz desta forma, na prática, significa adicionar a impedância de retorno em cada uma das impedâncias¹ da matriz impedância.

¹ $z_{xx} = \bar{z}_{xx} + z_{ee}$, onde x é um elemento genérico, podendo representar as letras a , b , c ou g ; ou os números 1, 2 ou 3.

3.2.2 Matriz Admitância paralela

Há sete tipos de admitância paralela distribuída presentes em cabos tripolares como o apresentado na Figura 12, sendo elas:

- y_{aa} , y_{bb} , e y_{cc} , que representam a admitância própria de cada fase;
- y_{a1} , y_{b2} , e y_{c3} , que representam a admitância mútua entre veia e blindagem respectiva;
- y_{11} , y_{22} , e y_{33} , que representam a admitância própria de cada blindagem;
- y_{12} , y_{13} , e y_{23} , que representam a admitância mútua entre blindagens;
- y_{gg} , que representa a admitância própria da blindagem;
- y_{g1} , y_{g2} , e y_{g3} , que representam a admitância mútua entre armadura e blindagens;
- y_{ge} , que representa a admitância mútua entre armadura e meio externo (admitância da isolação externa);

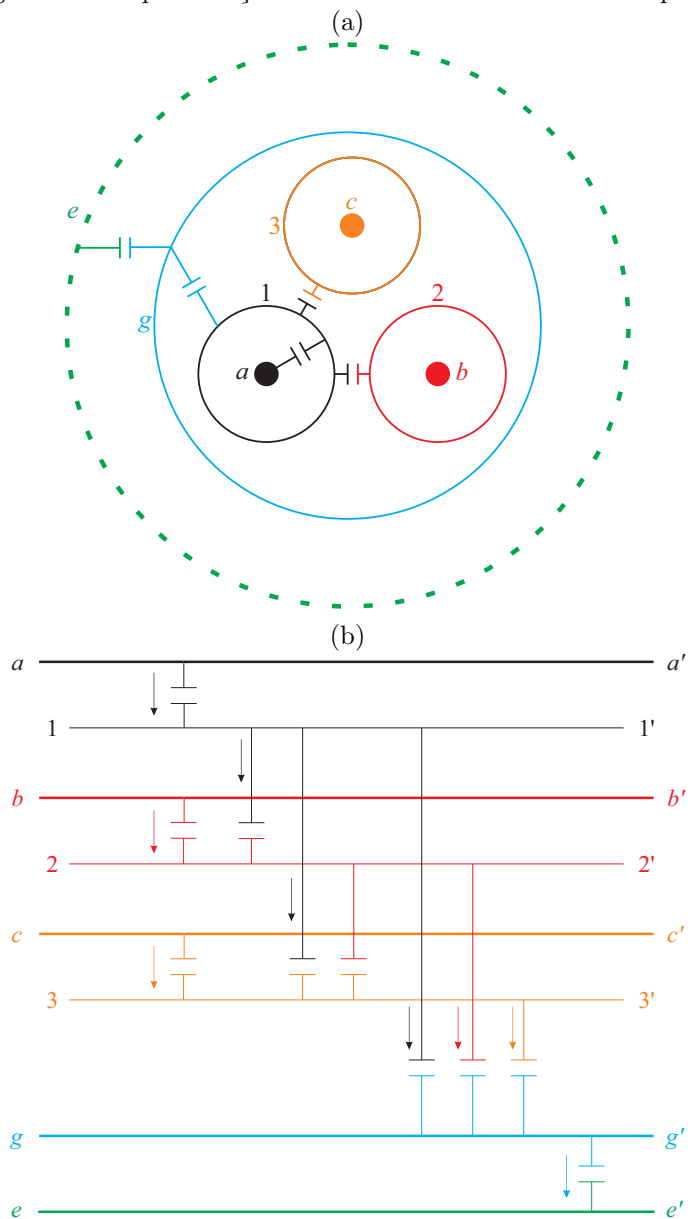
Desta forma, a matriz admitância é dada por (ALoui; AMAR; ABDALLAH, 2011):

$$\begin{bmatrix} I_a - I_{a'} \\ I_b - I_{b'} \\ I_c - I_{c'} \\ I_1 - I_{1'} \\ I_2 - I_{2'} \\ I_3 - I_{3'} \\ I_g - I_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{aa} & 0 & 0 & y_{a1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{bb} & 0 & 0 & y_{b2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{cc} & 0 & 0 & y_{c3} & 0 \\ y_{a1} & 0 & 0 & y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{1g} \\ 0 & y_{b2} & 0 & y_{12} & y_{22} & y_{23} & y_{2g} \\ 0 & 0 & y_{c3} & y_{13} & y_{23} & y_{33} & y_{3g} \\ 0 & 0 & 0 & y_{1g} & y_{2g} & y_{3g} & y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ae} \\ V_{be} \\ V_{ce} \\ V_{1e} \\ V_{2e} \\ V_{3e} \\ V_{ge} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Cabe ainda definir os conceitos de capacitância própria e mútua. Para isto verifique-se a fuga de corrente da blindagem 1 (Figura 13), que é dada pela soma das correntes entre:

- blindagem 1 e fase a : $y_{a1}V_{1a}$;
- blindagem 1 e armadura g : $y_{1g}V_{1g}$;
- blindagem 1 e blindagem 2: $y_{12}V_{12}$;

Figura 12 – Representação das admitâncias em um cabo tripolar.



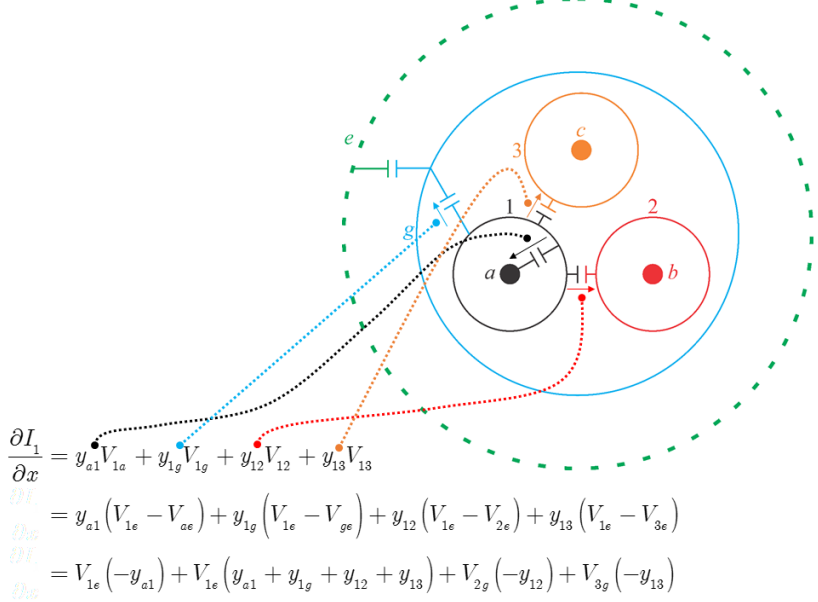
- blindagem 1 e blindagem 3: $y_{13}V_{13}$;

e tomando a tensão de terra como referência, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_1}{\partial x} &= y_{a1}V_{1a} + y_{1g}V_{1g} + y_{12}V_{12} + y_{13}V_{13} \\
 \frac{\partial I_1}{\partial x} &= y_{a1}(V_{1e} - V_{ae}) + y_{1g}(V_{1e} - V_{ge}) + \dots \\
 &\quad \dots + y_{12}(V_{1e} - V_{2e}) + y_{13}(V_{1e} - V_{3e}) \\
 \frac{\partial I_1}{\partial x} &= V_{1e}(-y_{a1}) + V_{1e}(y_{11}) + V_{2g}(-y_{12}) + V_{3g}(-y_{13}) \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

onde $y_{11} = y_{a1} + y_{1g} + y_{12} + y_{13}$ é a admitância própria da blindagem 1.

Figura 13 – Correntes de fuga blindagem 1.



A imagem do que foi feito para as impedâncias, também foi desenvolvida no Apêndice B uma metodologia de cálculo analítico para cada uma das admitâncias supracitadas.

3.2.3 Matrizes de sequência

Será analisado, nesta seção, as matrizes de sequência de impedância e admitância.

3.2.3.1 Matriz de sequências para a impedância

Caso as blindagens e a armadura estejam aterradas em ambos os terminais, a matriz (3.2) torna-se:

$$\begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{a1} & z_{a2} & z_{a3} & z_{ag} & z_{ae} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} & z_{b1} & z_{b2} & z_{b3} & z_{bg} & z_{be} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} & z_{c1} & z_{c2} & z_{c3} & z_{cg} & z_{ce} \\ z_{a1} & z_{b1} & z_{c1} & z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{1g} & z_{1e} \\ z_{a2} & z_{b2} & z_{c2} & z_{12} & z_{22} & z_{23} & z_{2g} & z_{2e} \\ z_{a3} & z_{b3} & z_{c3} & z_{13} & z_{23} & z_{33} & z_{3g} & z_{3e} \\ z_{ag} & z_{bg} & z_{cg} & z_{1g} & z_{2g} & z_{3g} & z_{gg} & z_{ge} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_g \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Pode-se reescrever (3.5) como sendo:

$$\begin{bmatrix} [V_{fase}] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{fase}] & [Z_{mutua}]^T \\ [Z_{mutua}] & [Z_{blind}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_{fase}] \\ [I_{blind}] \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde:

- $[Z_{fase}]$ é a matriz impedância das fases;
- $[Z_{blind}]$ é a matriz impedância das blindagens mais armadura;
- $[Z_{mutua}]$ é a matriz impedância mútua entre fases e blindagens mais armadura.

Da segunda linha da matriz (3.6), tem-se:

$$[I_{blind}] = -[Z_{blind}]^{-1} [Z_{mutua}] [I_{fase}] \quad (3.7)$$

Substituindo (3.7) na primeira linha de (3.6), obtém-se:

$$\begin{aligned} [V_{fase}] &= [Z_{fase}] [I_{fase}] - [Z_{mutua}]^T [Z_{blind}]^{-1} [Z_{mutua}] [I_{fase}] \\ [V_{fase}] &= \left([Z_{fase}] - [Z_{mutua}]^T [Z_{blind}]^{-1} [Z_{mutua}] \right) [I_{fase}] \end{aligned} \quad (3.8)$$

A partir de (3.8) pode-se definir a impedância de entrada por fase:

$$[Z_{in_fase}] = [Z_{fase}] - [Z_{mutua}]^T [Z_{blind}]^{-1} [Z_{mutua}] \quad (3.9)$$

sendo os elementos da diagonal principal da matriz $[Z_{in_fase}]$:

$$z_{diag} = \frac{1}{3} (-2\alpha_{Zin} + 3z_{aa} + \beta_{Zin}) \quad (3.10)$$

e os demais elementos:

$$z_{foraDiag} = \frac{1}{3} (\alpha_{Zin} + 3z_{ab} + \beta_{Zin}) \quad (3.11)$$

onde:

- $\alpha_{Zin} = \frac{(z_{a1} - z_{a2})^2}{z_{11} - z_{12}}$
- $\beta_{Zin} = \frac{-z_{gg}(z_{a1} + 2z_{a2})^2 + 6z_{ag}z_{1g}(z_{a1} + 2z_{a2}) - 3(z_{11} + 2z_{12})z_{ag}^2}{(z_{11} + 2z_{12})z_{gg} - 3z_{1g}^2}$

De posse de (3.9) e aplicando-se o teorema de Fortescue, obtém-se as impedâncias de sequência, para o caso em que as blindagens e armadura estão aterradas em ambas as extremidades:

$$[Z_{seq}] = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_+ & 0 \\ 0 & 0 & z_- \end{bmatrix}$$

onde:

- $z_0 = \frac{\alpha_0 + \beta_0 - \gamma_0 - \delta_0}{(z_{11} + 2z_{12})z_{gg} - 3z_{1g}^2}$ é a impedância de sequência zero;

sendo:

$$\begin{aligned} - \alpha_0 &= z_{gg}(z_{a1} + 2z_{a2})^2 \\ - \beta_0 &= 6z_{ag}z_{1g}(z_{a1} + 2z_{a2}) \\ - \gamma_0 &= 3z_{1g}^2(z_{aa} + 2z_{ab}) \\ - \delta_0 &= (z_{11} + 2z_{12})(3z_{ag}^2 - (z_{aa} + 2z_{ab})z_{gg}) \end{aligned}$$

- $z_+ = z_- = (z_{aa} - z_{ab}) - \frac{(z_{a1} - z_{a2})^2}{(z_{11} - z_{12})}$ é a impedância de sequência positiva, que é igual a impedância de sequência negativa.

Caso as blindagens e armadura não estejam aterradas em ambos os terminais, ou aterradas somente em um dos terminais, não haverá

circulação de corrente nelas e, conseqüentemente, a matriz (3.2) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_1 - V_{1'} \\ V_2 - V_{2'} \\ V_3 - V_{3'} \\ V_g - V_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{a1} & z_{a2} & z_{a3} & z_{ag} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} & z_{b1} & z_{b2} & z_{b3} & z_{bg} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{cc} & z_{c1} & z_{c2} & z_{c3} & z_{cg} \\ z_{a1} & z_{b1} & z_{c1} & z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{1g} \\ z_{a2} & z_{b2} & z_{c2} & z_{12} & z_{22} & z_{23} & z_{2g} \\ z_{a3} & z_{b3} & z_{c3} & z_{13} & z_{23} & z_{33} & z_{3g} \\ z_{ag} & z_{bg} & z_{cg} & z_{1g} & z_{2g} & z_{3g} & z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Desta forma as impedâncias de entrada e, conseqüentemente de sequência, se tornam iguais ao de um sistema de três condutores, ou seja:

- $z_0 = z_{aa} + 2z_{ab}$ para a impedância de sequência zero;
- $z_1 = z_2 = z_{aa} - z_{ab}$ para a impedância de sequência positiva, que é igual a impedância de sequência negativa.

3.2.3.2 Matriz de seqüências para a admitância

Quando as blindagens e a armadura estão interconectadas, a matriz (3.3) se torna:

$$\begin{bmatrix} I_a - I_{a'} \\ I_b - I_{b'} \\ I_c - I_{c'} \\ I_1 - I_{1'} \\ I_2 - I_{2'} \\ I_3 - I_{3'} \\ I_g - I_{g'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{aa} & 0 & 0 & y_{a1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{bb} & 0 & 0 & y_{b2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{cc} & 0 & 0 & y_{c3} & 0 \\ y_{a1} & 0 & 0 & y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{1g} \\ 0 & y_{b2} & 0 & y_{12} & y_{22} & y_{23} & y_{2g} \\ 0 & 0 & y_{c3} & y_{13} & y_{23} & y_{33} & y_{3g} \\ 0 & 0 & 0 & y_{1g} & y_{2g} & y_{3g} & y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ae} \\ V_{be} \\ V_{ce} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Esta pode ser reescrita da forma

$$\begin{bmatrix} [I_{fase}] \\ [I_{blind}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{fase}] & [Y_{mutua}] \\ [Y_{mutua}] & [Y_{blind}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_{fase}] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A partir de (3.14) encontra-se a admitância de entrada por fase:

$$[Y_{in_fase}] = \begin{bmatrix} y_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & y_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & y_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

De posse de (3.15) e aplicando-se o teorema de Fortescue, pode-se encontrar as admitâncias de sequência, que são:

$$[Y_{seq}] = \begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_+ & 0 \\ 0 & 0 & y_- \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

com:

- $y_0 = y_+ = y_- = y_{aa}$.

Caso as blindagens e armadura estivessem abertas, outra admitância de entrada seria encontrada em (3.15) e, conseqüentemente os elementos da matriz sequência seriam dados por:

- $y_0 = y_{aa} - \frac{y_{a1}^2 y_{gg}}{(y_{11} + 2y_{12}) y_{gg} - 3y_{1g}^2}$
- $y_+ = y_- = y_{aa} - \frac{y_{a1}^2}{y_{11} - y_{12}}$

4 MODELAGEM NUMÉRICA

Este capítulo apresenta as equações de Maxwell, as leis de comportamento e as condições de contorno para o modelo quase-estático de campo elétrico em regime harmônico e o modelo magnetodinâmico em regime harmônico. Com essas equações, são deduzidas as formulações fortes¹ em campo elétrico e em campo magnético. Em seguida, apresenta-se o conceito de discretização pelo método de elementos finitos. Por fim, deduzem-se as formulações fracas em campo elétrico e em campo magnético.

4.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL E LEIS DE COMPORTAMENTO PARA MODELO QUASE-ESTÁTICO DE CAMPO ELÉTRICO EM REGIME HARMÔNICO

Para a formulação quase-estática de campo elétrico em regime harmônico, as equações de Maxwell a considerar são:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D} \quad (4.1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (4.3)$$

onde:

- \vec{H} é o campo magnético [A/m];
- \vec{J} é a densidade de corrente de condução [A/m²];
- \vec{D} é a densidade de fluxo elétrico ou indução elétrica [C/m²];
- \vec{E} é o campo elétrico [V/m];
- ρ é a densidade volumétrica de carga [C/m³];
- j representa a unidade imaginária do número complexo $j^2 = -1$.

¹O conjunto de Equações Diferenciais Parciais (EDP), com as condições de contorno, é chamado de *forma forte* do problema. A *forma fraca* é uma abordagem variacional do problema, onde se resolve a integral da EDP multiplicada por uma função de teste. Este procedimento tem o efeito de relaxamento do problema (diminuição da ordem da derivada da função), pois em vez de encontrar uma solução exata (solução forte) em toda a parte do domínio de estudo, se encontra uma solução que satisfaz a forma forte “em média” no domínio.

Além disso, aplicando-se o operador div em (4.1), obtém-se:

$$\text{div} \left(\vec{J} + j\omega \vec{D} \right) = 0 \quad (4.4)$$

Acrescenta-se a essas equações as leis de comportamento:

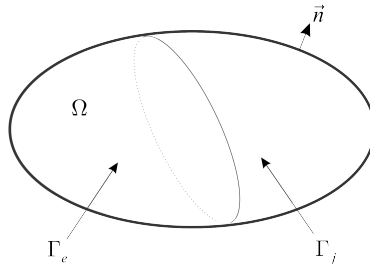
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (4.5)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (4.6)$$

onde:

- ε é a permissividade elétrica [F/m];
- σ é a condutividade elétrica [S/m];

Figura 14 – Grandezas elétricas do domínio de estudo.



As condições de contorno sobre a fronteira Γ (veja Figura 14 do domínio Ω são as seguintes:

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\Gamma_e} = 0 \quad (4.7)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{J}_{total} \Big|_{\Gamma_j} = 0 \quad (4.8)$$

com $\Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_j$, \vec{n} o vetor normal a superfície exterior à Γ e

$$\vec{J}_{total} = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} \quad (4.9)$$

As equações (4.2)-(4.9) constituem a formulação forte do problema. Vários métodos foram propostos na literatura para a resolução por elementos finitos deste problema. Neste trabalho, utiliza-se o conceito de potencial escalar elétrico. Assim, considerando a Equação

(4.2), pode-se definir um potencial escalar elétrico v , tal que:

$$\vec{E} = -\text{grad } v \quad (4.10)$$

Na relação acima, o potencial v será único a menos de uma constante. Isto é, se v_1 for solução do problema, então $v_2 = v_1 + k$, onde k é uma constante arbitrária, também será. Para haver unicidade da solução é necessário impor uma restrição ou uma condição de calibre sobre v . Na prática, essa condição é geralmente obtida estipulando-se o valor do potencial v em um ponto do domínio, ou seja, uma condição de Dirichlet sobre v é suficiente para fixar esse calibre.

Aplicando (4.10) em (4.5) e em (4.8), e depois substituindo em (4.4), obtém-se:

$$\text{div}((\sigma + j\omega\varepsilon)\text{grad } v) = 0 \quad (4.11)$$

A forma fraca para o problema quase-estático de campo elétrico descrito pelo potencial escalar elétrico é dada por:

$$-\int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon)\text{grad } v \cdot \text{grad } v' d\Omega + \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma = 0 \quad (4.12)$$

onde v' é a função teste ou função de interpolação, e F_0^e é um espaço funcional de campos escalares definidos em Ω , com condições de contorno essenciais quando subscritas, tal que:

$$F_e^0 = \{v' \in L^2(\Omega); \text{grad } v' \in \mathbf{L}^2(\Omega), v'|_{\Gamma_e} = 0\} \quad (4.13)$$

Analizando a integral de superfície de (4.12), tem-se que a mesma pode ser escrita como sendo (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998):

$$\int_{\Gamma} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma = \int_{\Gamma_e} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma + \int_{\Gamma_j} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma \quad (4.14)$$

pois $\Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_j$ (veja Figura 14). Como a função teste $v' \in F_e^0$, tem-se $v'|_{\Gamma_e} = 0$ e, então, o primeiro termo do lado direito se anula. O segundo termo desse lado é uma condição de contorno natural de dois tipos: ela pode ser nula, pois $\vec{n} \cdot \vec{J}_{total}|_{\Gamma_j} = 0$, ou pode estar associada às quantidades globais do tipo fluxo sobre uma superfície pertencente a Γ_j onde v é um potencial flutuante. Reescrevendo a Equação (4.12)

sem anular o termo referente à condição de contorno em Γ_j , tem-se:

$$-\int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon) \text{grad } v \cdot \text{grad } v' d\Omega + \int_{\Gamma_j} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma = 0$$

$$\forall v' \in F_e^0 \quad (4.15)$$

4.1.1 Quantidade global discreta do tipo de fluxo

De acordo com a teoria eletromagnética, a superfície de um condutor elétrico ou magnético perfeito torna-se uma superfície equipotencial nas condições estática e quase-estática. Se o valor do equipotencial é conhecido, tem-se uma condição de contorno Dirichlet e o interior do condutor perfeito pode ser excluído do domínio do problema, pois o potencial é constante através do volume do condutor. Por outro lado, se o valor equipotencial não é conhecido, tem-se a definição de um potencial flutuante (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

No contexto do método de elementos finitos, um valor flutuante é uma incógnita constante sobre uma região e se origina de uma condição de contorno homogênea para a componente tangencial do campo físico vetorial associado. Em alguns casos, isso pode ser vantajoso para extrair algumas regiões do domínio de estudo quando eles exibem propriedades particulares, geralmente valores elevados de propriedades físicas (por exemplo, permeabilidade magnética e condutividade elétrica), para prevenir dificuldades numéricas durante o cálculo. Entretanto, somente as fronteiras dessas regiões devem ser levadas em conta no modelo de elementos finitos. Isto resulta na definição das condições de contorno associadas, conduzindo novamente ao conceito de potencial flutuante (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

Neste trabalho, usa-se o método para tratamento dos potenciais flutuantes, associado com o método de elementos finitos, aplicado a um problema quase-estático de campo elétrico. A fim de explicitar as restrições que definem o potencial flutuante, os nós de Ω são classificados em subconjuntos complementares: N_v , o qual é o conjunto dos nós dentro de Ω , e N_f , $\forall f \in C_f$, os quais são os conjuntos dos nós das partes Γ_f (Figura 15). Os potenciais flutuantes sendo constantes em cada Γ_f , pode-se escrever os potenciais como sendo:

$$v = \sum_{n \in N_v} v_n s_n + \sum_{f \in C_f} v^f s^f \quad (4.16)$$

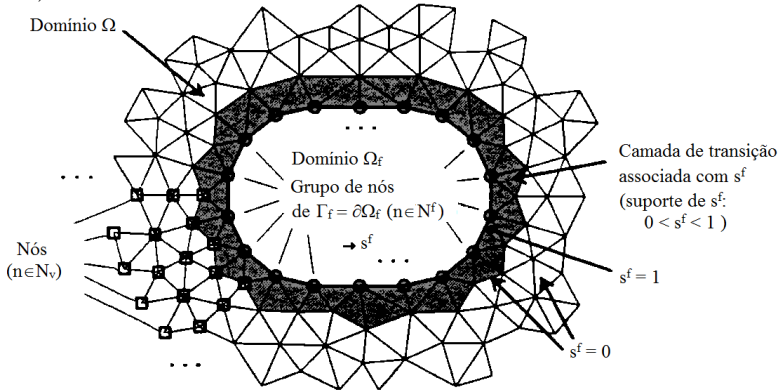
com:

$$s^f = \sum_{n \in N^f} s_n, \forall f \in C_f \quad (4.17)$$

onde $s_n, \forall n \in C_n$, e $s^f, \forall f \in C_f$, são as funções de base para as restrições de potencial (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

Cada função s^f está associada com o grupo de nós — uma entidade geométrica global, enquanto os nós $n \in N_v$ são entidades elementares — da fronteira Γ_f (Figura 15). O suporte de s^f (isto é, seu domínio de valores não nulos) é limitado a uma camada de transição contendo todos os elementos geométricos tendo nó sobre Γ_f .

Figura 15 – Nós e grupos de nós associados com a caracterização de um potencial escalar com valores flutuantes (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).



A discretização da formulação fraca usando funções teste como apresentadas em (4.16), fornece sistemas simétricos regulares de equações. As funções teste $s_n, \forall n \in N_v$, são tratadas classicamente, enquanto as funções testes $s^f, \forall f \in C^f$, precisam de atenção (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

Aplicando a função teste $s^f = 1$ em Γ_f no segundo termo do lado esquerdo de (4.15), tem-se a definição do fluxo de corrente: $\int_{\Gamma_f} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} 1 d\Gamma$. Esta contribuição está relacionada a uma corrente elétrica. Então, na integral de superfície sobre Γ_f em (4.15) pode ser substituído o valor da corrente, isto é:

$$\int_{\Gamma_f} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} v' d\Gamma = \int_{\Gamma_f} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} s^f d\Gamma = \int_{\Gamma_f} \vec{n} \cdot \vec{J}_{total} 1 d\Gamma = I \quad (4.18)$$

Consequentemente, o cálculo da corrente global pode ser realizado substituindo-se (4.18) em (4.15), isto é:

$$I = \int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon) \text{grad } v \cdot \text{grad } s^f d\Omega, \quad f \in C_f \quad (4.19)$$

Esta abordagem está em perfeita concordância com a formulação fraca do problema, isto é, com (4.15), e deste modo com uma conservação de fluxo satisfeita fracamente. O cálculo da corrente elétrica baseado na integração da superfície explícita de $\vec{n} \cdot \vec{J}_{total}$ (isto é, $-(\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{n} \cdot \text{grad } v$) seria afetada pela escolha da superfície de integração. Desse modo, este cálculo da corrente elétrica baseado em uma integral de volume apresenta maior segurança para efetuar o cálculo da admitância.

Tendo a tensão global V e a corrente global I , pode-se obter o valor da admitância por:

$$Y = \frac{I}{V} \quad (4.20)$$

4.2 EQUAÇÕES DE MAXWELL E LEIS DE COMPORTAMENTO PARA MODELO MAGNETODINÂMICO EM REGIME HARMÔNICO

O problema magnetodinâmico em regime harmônico considera as correntes induzidas nas regiões condutoras (correntes de Foucault) e também pode considerar os efeitos peliculares e os efeitos de proximidade nas regiões condutoras. As restrições de sua aplicação são:

- a) todos os materiais do domínio de estudo são lineares;
- b) todas as fontes de campo são sinusoidais.

O modelo dessa formulação aplicado ao domínio Ω , de fronteira Γ , é caracterizado pelas seguintes equações diferenciais, lei de comportamento e condições de contorno:

$$\text{rot } \vec{E} = j\omega \vec{B} \quad (4.21)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_i \quad (4.22)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (4.23)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4.24)$$

$$\vec{J}_i = \sigma \vec{E} \quad (4.25)$$

$$\vec{n} \times \vec{H} \Big|_{\Gamma_h} = 0 \quad (4.26)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{B} \Big|_{\Gamma_b} = 0 \quad (4.27)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{J} \Big|_{\Gamma_h} = 0 \quad (4.28)$$

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\Gamma_b} = 0 \quad (4.29)$$

sendo:

$$\Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_b \quad (4.30)$$

onde:

- $j \triangleq \sqrt{-1}$ é o operador imaginário;
- \vec{E} [V/m] é o campo elétrico;
- ω [rad/s] é a frequência angular;
- \vec{B} [T] é a densidade de fluxo magnético;
- \vec{H} [A/m] é o campo magnético;
- $\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_i$ [A/m²] é a densidade superficial de corrente de condução, que é dividida em duas partes:
 - \vec{J}_s [A/m²], que é a densidade de corrente devido às fontes de corrente, impostas no problema;
 - \vec{J}_i [A/m²], que é a densidade de corrente devido às correntes induzidas nos materiais condutores;
- μ [H/m] é a permeabilidade magnética do meio;
- σ [S/m] é a condutividade elétrica do meio.

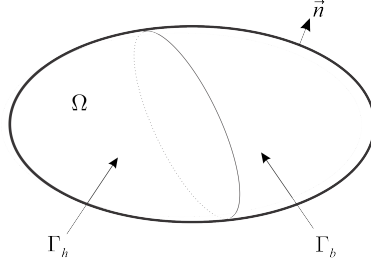
A Figura 16 apresenta a fronteira Γ do domínio global Ω do problema magnetodinâmico em regime harmônico.

Observe-se que J foi dividida em duas partes, uma devido a correntes impostas pelas fontes J_s , e outra relativa as correntes induzidas J_i .

A partir de (4.23) e (4.21), pode-se introduzir o potencial vetor magnético \vec{A} e potencial escalar elétrico V , tal que:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (4.31)$$

Figura 16 – Grandezas magnéticas do domínio de estudo.



Aplicando-se (4.31) em (4.21), tem-se:

$$\vec{E} = -\text{grad}V - j\omega\vec{A} \quad (4.32)$$

Aplicando-se (4.31) em (4.24), (4.32) em (4.25), e, em seguida, substituindo em (4.22), obtém-se:

$$\text{rot} \left(\mu^{-1} \text{rot} \vec{A} \right) + \sigma \left(\text{grad} V + j\omega\vec{A} \right) = \vec{J}_s \quad (4.33)$$

As condições de contorno para este problema são dadas por:

$$\vec{n} \times \mu^{-1} \text{rot} \vec{A} \Big|_{\Gamma_h} = 0 \quad (4.34)$$

$$\vec{n} \cdot \text{rot} \vec{A} \Big|_{\Gamma_b} = 0 \quad (4.35)$$

e

$$\vec{n} \cdot \sigma \left(\text{grad} V + j\omega\vec{A} \right) \Big|_{\Gamma_h} = 0 \quad (4.36)$$

$$\vec{n} \times \left(\text{grad} V + j\omega\vec{A} \right) \Big|_{\Gamma_b} = 0 \quad (4.37)$$

O conjunto das equações (4.33)-(4.37) constitui a formulação forte em regime harmônico do campo magnético. Aplicando-se o método dos resíduos ponderados associado ao método de Galerkin, obtém-se a formulação fraca em regime harmônico (FERREIRA DA LUZ, 2003):

$$\int_{\Omega} \mu^{-1} \text{rot} \vec{A} \cdot \text{rot} \vec{A}' d\Omega + \int_{\Gamma_h} \left(\vec{n} \times \vec{H}_s \right) \cdot \vec{A}' d\Gamma + \int_{\Omega_c} j\omega \vec{A} \cdot \vec{A}' d\Omega + \int_{\Omega_c} \sigma \text{grad} V \cdot \vec{A}' d\Omega - \int_{\Omega_s} \vec{J}_s \cdot \vec{A}' d\Omega = 0, \quad \forall \vec{A}' \in F_h^0(\Omega) \quad (4.38)$$

onde:

- \vec{A}' é a função de teste para o potencial vetor magnético;
- $\vec{n} \times \vec{H}_s$ é uma restrição no campo magnético associado com o contorno Γ_h do domínio Ω .
- $F_h^0(\Omega)$ é a função espaço definida em Ω a qual contém as funções base e teste tanto para \vec{A} como para \vec{A}' .

Para o cálculo da impedância é necessário considerar a relação de circuito associada com o indutor $\Omega_{m,i}$, isto é, a relação entre a tensão V_i e a corrente I_i , a qual é dada por (FERREIRA DA LUZ, 2003):

$$\int_{\Omega_{m,i}} j\omega \sigma \vec{A} \cdot \text{grad} V_{s,i} d\Omega + V_i \int_{\Omega_{m,i}} \sigma \text{grad} V_{s,i} \cdot \text{grad} V_{s,i} d\Omega = -I_i \quad (4.39)$$

Note que a corrente global é obtida a partir de uma integral de volume e não da integração de $\vec{n} \cdot \vec{J} = \vec{n} \cdot \sigma \vec{E}$ em uma seção do indutor, o qual seria dependente da escolha da superfície de integração. A impedância é calculada por:

$$Z_i(\omega) = \frac{V_i(\omega)}{I_i(\omega)} \quad (4.40)$$

5 RESULTADOS

Este capítulo apresenta as simulações com cabos unipolares e tripolares, com abordagens analíticas e numéricas, realizadas neste trabalho. A abordagem analítica fica limitada apenas em cabos onde existe simetria cilíndrica. A abordagem numérica pode ser aplicada a qualquer geometria. Além disto, apresenta vantagens como considerar o efeito de proximidade da corrente do condutor central de uma fase com as outras e com as correntes induzidas na blindagem.

O modelo analítico é feito com base no equacionamento apresentado no Anexo B, que tem boa precisão em toda a faixa de frequência analisada apenas para cabos 1C. Para cabos 3C sua acurácia fica comprometida¹ em:

- (i) frequências superiores a 200 Hz na resistência série;
- (ii) em praticamente todo o conjunto de frequência para a indutância série.

No entanto, as curvas oriundas deste modelo servem para fornecer uma tendência e também limites físicos para os valores encontrados pelas simulações numéricas.

Com relação ao modelo numérico, o cálculo da impedância série é feito utilizando o módulo de circuitos elétricos do software GetDP. No cálculo das impedâncias foi utilizada a formulação magnetodinâmica em potencial vetor magnético. No cálculo das admitâncias, por não variarem na frequência na faixa de análise, foi utilizada a formulação quase-estática de campo elétrico em potencial escalar elétrico.

5.1 CABO MONOPOLAR COM RETORNO PELA BLINDAGEM

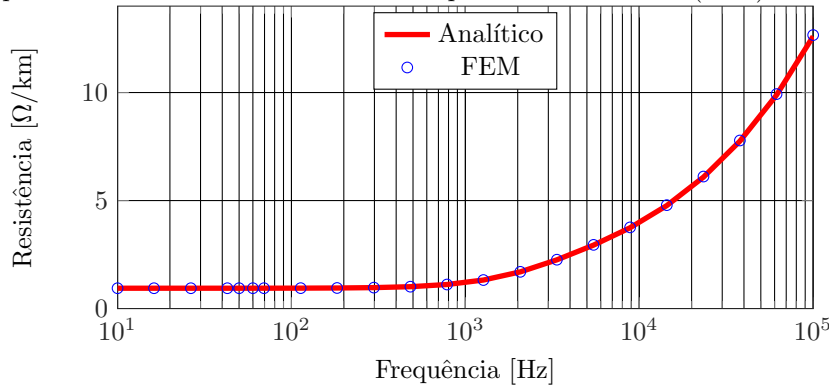
Inicialmente é validada a presente proposta por comparação com o método analítico para um cabo monopolar, cilíndrico e concêntrico, a imagem do que foi feito por Gustavsen et al. (2009). A geometria e os dados físicos já corrigidos² do cabo estão apresentados na Figura 7, retirados também de Gustavsen et al. (2009).

¹Porque não leva em conta as correntes induzidas nas blindagens devido ao efeito de proximidade.

²Uma metodologia para correção das resistividades dos condutores e permissividades dos isolantes é apresentada no Apêndice A.

As impedâncias da fase, isolamento e blindagem são calculadas analiticamente por (B.16), (B.17) e (B.20) respectivamente. Nas Figuras 17 e 18, pode-se verificar a convergência entre os métodos utilizados.

Figura 17 – Comparativo entre entre os métodos analítico e numérico para a resistência do cabo trabalhado por Gustavsen et al. (2009).



No cálculo via FEM utilizou-se um tamanho de malha variável com a frequência, onde o menor elemento é, pelo menos 1/5 da profundidade de penetração do respectivo condutor. Para não tornar a malha inviável com o aumento da frequência, o aumento na densidade de malha ocorreu somente próximo a periferia dos condutores, como mostrado na Figura 19 para a frequência mais baixa (10 Hz) e Figura 20 para a frequência mais alta (100 kHz) analisadas.

Com relação a capacitância, o cálculo analítico foi feito aplicando-se (B.30). Na Tabela 3 verifica-se a convergência entre os métodos adotados.

Tabela 3 – Capacitância numérica e analiticamente calculada.

Analítico	FEM
184,6 [nF/km]	184,6 [nF/km]

Validado o método numérico para o cabo monopolar, parte-se para um sistema trifásico. Com o raciocínio neste sentido, o presente capítulo apresenta a modelagem analítica e numérica destes. Inicialmente apresenta-se uma metodologia para três cabos monopolares para

Figura 18 – Comparativo entre os métodos analítico e numérico para a indutância do cabo trabalhado por Gustavsen et al. (2009).

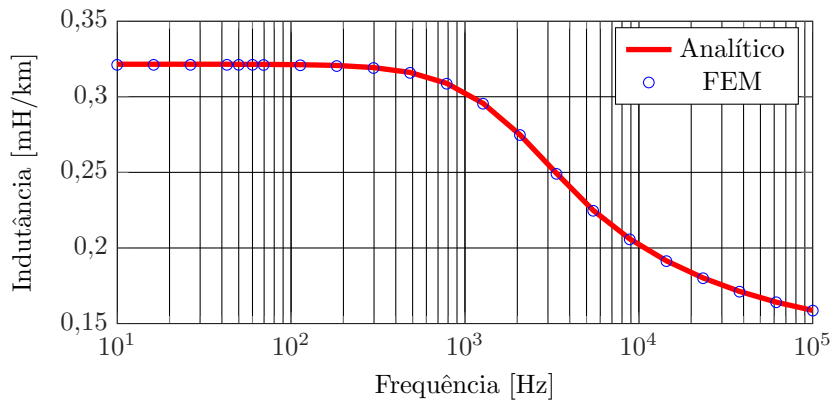


Figura 19 – Malha para a frequência de 10 Hz (37.536 elementos).

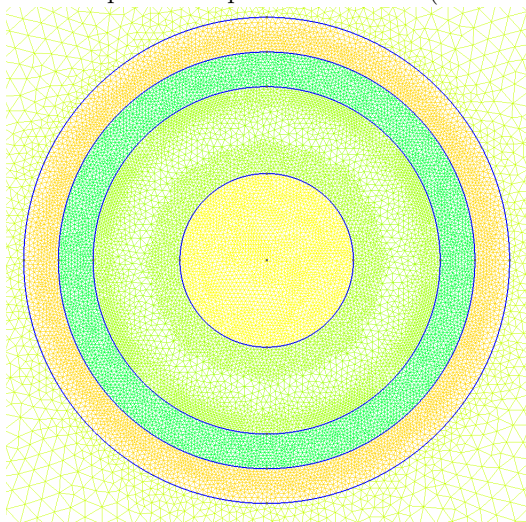


Figura 20 – Malha para a frequência de 100 kHz (678.434 elementos).



um sistema trifásico, onde a comparação se dá com valores encontrados em (DA SILVA; BAK, 2013; JENSEN; DA SILVA; BAK, 2011) e por métodos analíticos. Depois para dois cabos tripolares trifásicos. No caso do primeiro cabo tripolar trifásico, é feito um comparativo com métodos analíticos e com os fornecidos pelo fabricante à 50 Hz; para o segundo cabo, disponível na UFSC (ver Figura 39), compara-se os resultados do software com as medições realizadas.

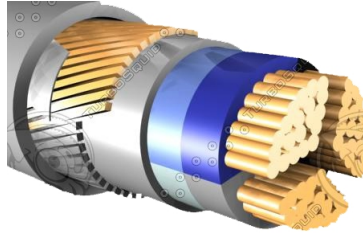
5.2 SISTEMAS TRIFÁSICOS

A escolha entre cabos tripolares e três unipolares nem sempre é óbvia, seja do ponto de vista técnico ou de custos. Cabos tripolares tipicamente tem a configuração apresentada na Figura 2. Existem também cabos tripolares com configuração não cilíndrica, como é o caso do sector-shaped apresentado na Figura 21.

A modelagem analítica de um sistema de cabos tripolares é, então, um grande desafio. A abordagem numérica vem de encontro a preencher esta lacuna, permitindo, além de modelar eletricamente cabos mais complexos, também calcular em cada ponto desejado todas as grandezas eletromagnéticas necessárias.

Outro aspecto muito importante quando da análise de sistemas

Figura 21 – Cabo tripolar sector-shaped.



polifásicos utilizando a técnica de elementos finitos é o domínio de cálculo ³, que é diferente para as análises de admitância e impedância. Com relação à análise de impedância, o Working Group B1.30 Cigré (2013) afirma que o condutor de retorno por terra pode ser modelado como um cilindro de raio $D_E = \sqrt{\frac{\rho_e}{\omega \mu_e}}$. Desta forma, D_E (ou um valor levemente superior) será a fronteira do domínio de cálculo para a análise de impedância. Já para a análise de admitância o domínio de cálculo termina na capa de cobertura do cabo, visto que o potencial de terra é homogêneo e igual a zero.

5.2.1 Análise para três cabos monopolares

Essa seção apresenta a análise de três cabos monopolares (Figura 22), os mesmos utilizados na Dinamarca por Jensen, da Silva e Bak (2011). Os dados do fabricante são apresentados na Tabela 4. A partir deles é possível montar a tabela dos parâmetros para as metodologias analítica e numérica, os quais são apresentados na Tabela 5.

5.2.1.1 Impedância série

No que concerne a análise de impedância, devido ao condutor central e a blindagem não serem compostos por condutores maciços, é necessário aplicar correções na resistividade destes para levar em conta os espaços vazios inerentes às geometrias características destes elemen-

³Tanto para a análise de impedância como de admitância o potencial vetor magnético (para análise de impedâncias) ou escalar elétrico (para análise de admitâncias) é imposto como sendo zero na fronteira do domínio.

Tabela 4 – Dados fornecidos pelo fabricante para um cabo monopolar de 170 kV / 1200 mm².

Camada	Espessura [mm]	Material
Condutor	41,5 ^a	Al., redondo, compactado
Fita SC do condutor	1,5	Semicondutor de PE
Isolação	17	XLPE curado seco
Fita SC da isolação	1	Semicondutor de PE
Barreira longitudinal água	0,6	Fita absorv. de umidade
Blindagem de fios de cobre	95 ^b	Cobre
Barreira longitudinal água	0,6	Fita absorv. de umidade
Barreira radial água	0,2	Folha de alumínio
Cobertura externa	4	PE de alta densidade
Cabo completo	95 ^a	–

^a Diâmetro em mm

^b Seção Transversal em mm²

Figura 22 – Vista transversal de um cabo monopolar de alta tensão.



Tabela 5 – Dados trabalhados a partir da Tabela 4.

Parâmetro	Valor [mm]
Raio sobre o condutor Fase, r_1	20,75
Raio sobre a isolação, r_2	40,85
Raio sobre a blindagem, r_3	42,76
Raio sobre a cobertura do cabo, r_4	47,50

tos. Além disto, a resistividade dos condutores varia com a temperatura, o que torna necessário aplicar um segundo fator de correção nestes (veja Apêndice A). Os valores de resistividade adotados na simulação são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Resistividades com as correções já aplicadas.

Condutor	ρ [n Ω m]
Condutor Fase	40,841
Blindagem	38,459

Como as partes condutoras do cabo são de cobre ou alumínio, as permeabilidades de todos os elementos serão consideradas μ_0 .

Nas Tabelas 7 e 8 são comparados os valores das impedâncias encontradas via FEM e analíticas, onde:

- FEM 3ϕ é o resultado via FEM considerando um sistema onde o efeito de proximidade está presente;
- FEM 1ϕ é o resultado via FEM considerando um sistema onde o efeito de proximidade não está presente;
- Analítico é o resultado via cálculos analíticos que não levam em conta o efeito de proximidade;
- $\delta_{3\phi}$ é a diferença percentual entre FEM 3ϕ e Analítico;
- $\delta_{1\phi}$ é a diferença percentual entre FEM 1ϕ e Analítico.

O modelo analítico não leva em conta o efeito de proximidade, o que também ocorre com os programas comerciais de transitórios eletromagnéticos (ROCHA, 2007). No entanto, percebe-se que já a 50 Hz este

Tabela 7 – Comparativo entre as resistências encontradas numericamente e analiticamente.

Resistência	FEM 3 ϕ [Ω /m]	FEM 1 ϕ [Ω /m]	Analítico [Ω /m]	$\delta_{3\phi}$ [%]	$\delta_{1\phi}$ [%]
r_{aa}	90,8E-6	82,1E-6	82,1E-6	10,5	0,00
r_{a1}	58,1E-6	49,4E-6	49,4E-6	17,6	0,00
r_{ab}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{a2}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{ac}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{a3}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{1a}	58,1E-6	49,4E-6	49,4E-6	17,6	0,00
r_{11}	135E-6	126E-6	126E-6	7,14	0,00
r_{1b}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{12}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{1c}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	
r_{13}	50,6E-6		49,4E-6	2,43	

Tabela 8 – Comparativo entre as indutâncias encontradas numericamente e analiticamente.

Indutância	FEM 3 ϕ [H/m]	FEM 1 ϕ [H/m]	Analítico [H/m]	$\delta_{3\phi}$ [%]	$\delta_{1\phi}$ [%]
l_{aa}	2,07E-06	2,09E-6	2,09E-6	0,96	0,00
l_{a1}	1,88E-06	1,90E-6	1,90E-6	1,1	0,00
l_{ab}	1,73E-06		1,74E-6	0,07	
l_{a2}	1,73E-06		1,74E-6	0,07	
l_{ac}	1,73E-06		1,74E-6	0,07	
l_{a3}	1,73E-06		1,74E-6	0,07	
l_{1a}	1,88E-6	1,90E-6	1,90E-6	1,1	0,00
l_{11}	1,88E-6	1,90E-6	1,90E-6	1,1	0,00
l_{1b}	1,73E-6		1,74E-6	0,57	
l_{12}	1,73E-6		1,74E-6	0,57	
l_{1c}	1,73E-6		1,74E-6	0,57	
l_{13}	1,73E-6		1,74E-6	0,57	

efeito está presente e tende a ficar mais acentuado com a frequência até o limite onde as correntes induzidas da blindagem reduzem o fluxo magnético externo a esta, reduzindo a influência da corrente de uma fase sobre as outras⁴.

As maiores diferenças observadas entre os cálculos analíticos e via FEM estão nas resistências (Tabela 7). Isto se deve ao fato de na abordagem analítica a resistência mútua ser somente a resistência de retorno por terra⁵. Na abordagem numérica ela é a soma da resistência de terra com o efeito de proximidade. A perda por este efeito, é modelada também como uma resistência mútua.

Os valores das resistências mútuas somente devido ao efeito de proximidade (impedâncias mútuas primitivas) são:

- $\bar{r}_{a1} = 8,75 \mu\Omega/\text{m}$;
- $\bar{r}_{ab} = \bar{r}_{ac} = \bar{r}_{bc} = \bar{r}_{a2} = \bar{r}_{a3} = 1,29 \mu\Omega/\text{m}$.

Cabe ressaltar que até a impedância própria primitiva será maior que no caso monofásico, também devido ao efeito de proximidade, e seu valor é: $\bar{z}_{aa,num} = 41,50 \mu\Omega/\text{m}$. A influência deste efeito na composição da impedância $z_{aa,num}$ pode ser visualizada quando compara-se este valor ao analítico $\bar{z}_{aa,anal} = 32,74 \mu\Omega/\text{m}$.

Tabela 9 – Influência na composição da impedância própria quando considerado (3ϕ) e não considerado (1ϕ) o efeito de proximidade.

f [Hz]	$\delta_{r_{aa}}$ [%]		$\delta_{l_{aa}}$ [%]	
	3ϕ	1ϕ	3ϕ	1ϕ
50	9,64	0,10	0,87	0,30
113	13,1	0,19	1,98	0,29
298	12,0	0,36	3,41	0,36
785	7,34	0,65	4,38	0,40
5460	1,75	1,84	5,30	0,57
14400	2,01	1,84	5,73	0,57

Por fim, a impedância série do referido cabo em $\text{m}\Omega/\text{km}$ a 50 Hz é a matriz $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$, onde:

⁴O software desenvolvido no presente trabalho evidencia isto. Explicita-se na Tabela 9 apenas para algumas frequências e para a impedância própria da fase a .

⁵O retorno de uma fase causa queda de tensão em outras fases, pois toda fase retorna pela terra. A terra, em frequências próximas a nominal pode ser considerada como um resistor, onde $R_{terra} \approx \frac{\omega\mu_0}{8} = 49,4 \times 10^{-6} \frac{\Omega}{\text{m}}$.

$$\mathbf{R} (50 \text{ Hz}) = \begin{bmatrix} 90,8 & 50,6 & 50,6 & 58,1 & 50,6 & 50,6 \\ 50,6 & 90,8 & 50,6 & 50,6 & 58,1 & 50,6 \\ 50,6 & 50,6 & 90,8 & 50,6 & 50,6 & 58,1 \\ 58,1 & 50,6 & 50,6 & 135 & 50,6 & 50,6 \\ 50,6 & 58,1 & 50,6 & 50,6 & 135 & 50,6 \\ 50,6 & 50,6 & 58,1 & 50,6 & 50,6 & 135 \end{bmatrix} \frac{\text{m}\Omega}{\text{km}}$$

$$j\omega\mathbf{L} (50 \text{ Hz}) = \begin{bmatrix} 650 & 544 & 544 & 591 & 544 & 544 \\ 544 & 650 & 544 & 544 & 591 & 544 \\ 544 & 544 & 650 & 544 & 50,6 & 591 \\ 591 & 544 & 544 & 591 & 544 & 544 \\ 544 & 591 & 544 & 544 & 591 & 544 \\ 544 & 544 & 591 & 544 & 544 & 591 \end{bmatrix} \frac{\text{m}\Omega}{\text{km}}$$

5.2.1.2 Admitância paralela

Com relação a admitância paralela, apenas a parte capacitiva é levada em consideração na análise, face às altas resistividades do material isolante. Nesta análise é necessário corrigir a permissividade entre núcleo e blindagem, devido a alta permissividade das fitas semicondutoras entre condutor fase e isolante e isolante e blindagem. Não é necessário corrigir a permissividade dos demais isolantes (veja Tabela 10).

Tabela 10 – Permissividades usadas na simulação.

Isolante	ε [F/m]
Fase-Blindagem	$2,983\varepsilon_0$
Blindagem-Terra	$2,300\varepsilon_0$

Aplicando-se as geometrias fornecidas na Tabela 5 e as constantes dielétricas da Tabela 10 obtém-se os resultados da Tabela 11.

Finalmente, a matriz admitância é dada por:

Tabela 11 – Comparativo entre valores analíticos e numéricos para a capacitância.

Capacitância	Analítico [μF/km]	Numérico	Desvio [%]
Fase-Blindagem	0,245	0,245	0,00
Blindagem-Terra	1,22	1,22	0,00
Própria Blindagem	1,46	1,46	0,00

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0,245 & 0 & 0 & -0,245 & 0 & 0 \\ 0 & 0,245 & 0 & 0 & -0,245 & 0 \\ 0 & 0 & 0,245 & 0 & 0 & -0,245 \\ -0,245 & 0 & 0 & 1,46 & 0 & 0 \\ 0 & -0,245 & 0 & 0 & 1,46 & 0 \\ 0 & 0 & -0,245 & 0 & 0 & 1,46 \end{bmatrix} \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}$$

5.2.2 Análise para um cabo tripolar

A metodologia foi aplicada em um cabo típico de 300 mm² - 18/30 kV. Os resultados numéricos são comparados com os resultados analíticos e com valores fornecidos pelo fabricante para cada fase, validando a modelagem numérica.

Os dados geométricos do cabo foram retirados e adaptados de catálogos do fabricante Nexans (2015), para o cabo tripolar na formação trifólio.

Devido às simplificações inerentes ao modelo, antes de iniciar a simulação, seja ela numérica ou analítica, é necessário aplicar alguns fatores de correção (devido à temperatura e à homogenização dos materiais) na resistividade do condutor central e na blindagem metálica (DA SILVA, 2011; GUDMUNSDOTTIR, 2010; GUSTAVSEN; MARTINEZ; DURBAK, 2005).

No condutor central, a resistividade considerada é a do cobre, 17,24 nΩ m, corrigida para a temperatura de 90 °C e uma área equivalente do condutor (homogenização), resultando em uma resistividade corrigida de 23,57 nΩ m.

As blindagens metálicas do presente estudo são compostas por fios de cobre, o que implica em corrigir a resistividade por um fator de

1,15 em termos de características do material (fios ou fitas) (MAMEDE FILHO, 2005) e o cobre para a temperatura de 90 °C, resultando em uma resistividade de 25,28 nΩ m.

A permissividade do isolante considerado (XLPE) é $2,5 \varepsilon_0$, homogenizada devido à presença das fitas semicondutoras para $3,31 \varepsilon_0$. A permissividade dos demais isolantes foi considerada de $2,3 \varepsilon_0$.

O cabo é considerado envolto na água do mar, com condutividade de 5 S/m (WORKING GROUP B1.30 CIGRÉ, 2013).

A permeabilidade utilizada para todos os materiais foi considerada μ_0 , inclusive a armadura (IEC 287-1-1, 1994), considerada aqui de material não magnético. Ressalta-se que este nem sempre é o caso; há situações em que a armadura é feita de material ferromagnético, o que influencia diretamente no valor da indutância série das veias do cabo.

As correções feitas na subseção anterior são necessárias para que os parâmetros do cabo sejam adequados aos parâmetros de entrada do modelo, seja ele analítico ou numérico. As partes consideradas para os modelos do cabo são todas sólidas e representadas pela Figura 23 e Tabela 12.

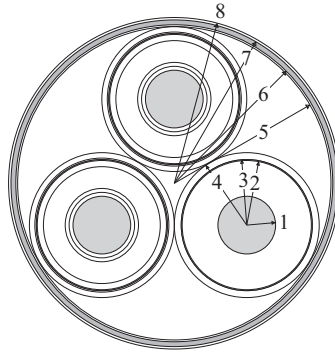
Tabela 12 – Parâmetros utilizados no Gmsh e GetDP

Parâmetro Veia	Valor (mm)	Parâmetro Armadura	Valor (mm)
r_1	10,20	r_5	51,75
r_2	20,60	r_6	53,75
r_3	20,72	r_7	57,95
r_4	24,00	r_8	61,95

5.2.2.1 Aplicação do método de elementos finitos

A Figura 24 apresenta a malha do domínio de cálculo para a formulação magnetodinâmica; a Figura 25 mostra a malha na região do cabo tripolar, enquanto a Figura 26 apresenta a malha da veia superior do cabo tripolar, respectivamente. Ambas as figuras têm a intenção de destacar a densidade da malha utilizada. A área denominada AguaInf é uma região necessária a fim de evitar erros de truncamento de domínio. Os valores das constantes físicas dessa região são os mesmos valores da região definida como água do mar na Figura 24. No contorno externo

Figura 23 – Diagrama simplificado do cabo a ser utilizado nos modelos analítico e numérico. Mais detalhes na Tabela 12.



desta região, o potencial vetor magnético é zero (condição de Dirichlet homogênea).

A impedância própria é obtida pela relação entre a tensão calculada no condutor, onde foi aplicada a corrente, e a corrente aplicada. A indutância mútua é obtida pela relação entre a tensão induzida nos condutores abertos e a corrente aplicada no condutor que induziu estas tensões. Um dos arranjos implementados para o cálculo da impedância própria de uma veia e da indutância mútua desta com os demais condutores é apresentado na Figura 27.

O diagrama apresentado na Figura 27 tem como objetivo a compreensão do código gerado no GetDP, no submódulo de circuitos elétricos. Entretanto, a modelagem do cabo é feita em duas dimensões.

Com relação às admitâncias do cabo, a admitância própria é obtida aplicando-se o potencial de 1 V no elemento que se deseja determinar a capacitância própria e 0 V nos demais elementos. Seu valor é obtido pela divisão entre a carga elétrica (fluxo elétrico) calculada no elemento onde é aplicado 1 V pela diferença de potencial (1 V). As capacitâncias mútuas são encontradas pela divisão entre as cargas elétricas (fluxos elétricos) nos elementos onde é aplicado 0 V pela diferença de potencial (1 V).

No intuito de obter as impedâncias próprias e mútuas, aplica-se uma corrente de $1\angle 0^\circ$ A na veia a , obtendo-se as tensões induzidas indicadas na Tabela 13.

Dividindo-se a tensão induzida em cada parte condutora do cabo pela corrente (imposta na veia a) que as originou, obtêm-se a impedância própria da veia a e as mútuas entre a parte condutora res-

Figura 24 – Malha de todo o domínio de cálculo a 50 Hz (90658 elementos)

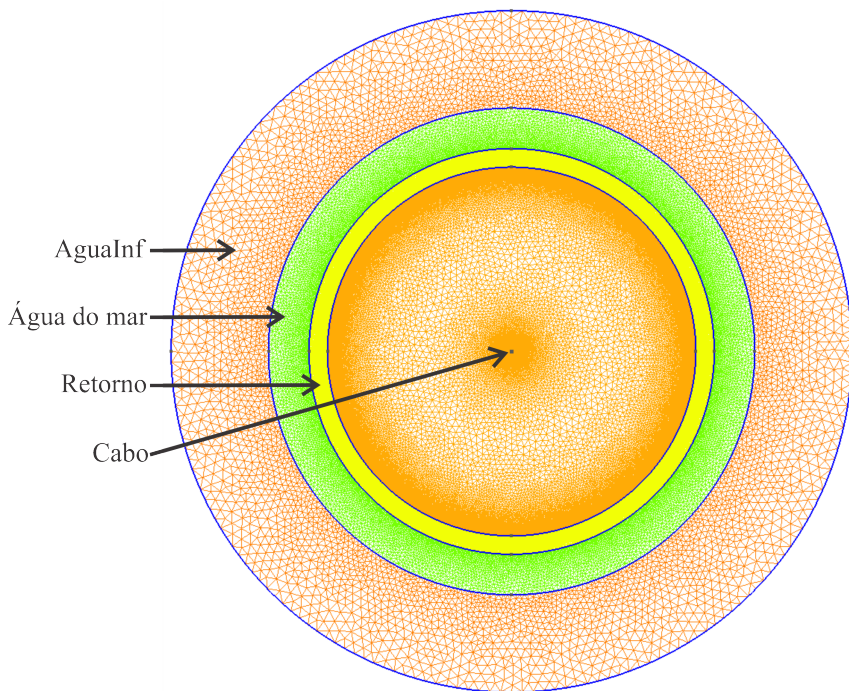


Figura 25 – Malha mostrando o detalhe do cabo.

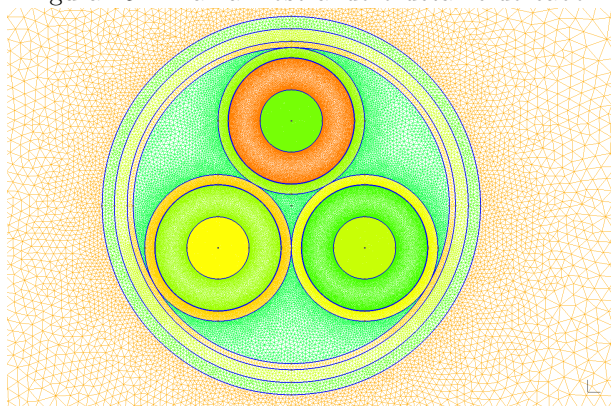


Figura 26 – Malha em detalhe na região da veia.

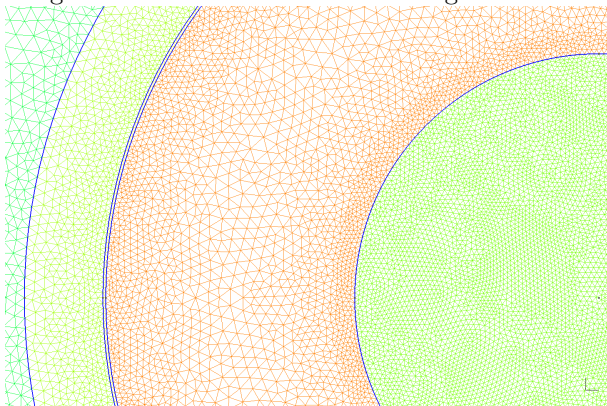


Figura 27 – Diagrama do circuito implementado no GetDP para cálculo da impedância própria e mútuas da fase a . O retorno é modelado como um condutor fictício de raio $D_E = \sqrt{\frac{\rho_e}{\omega \mu_e}}$ (WORKING GROUP B1.30 CIGRÉ, 2013).

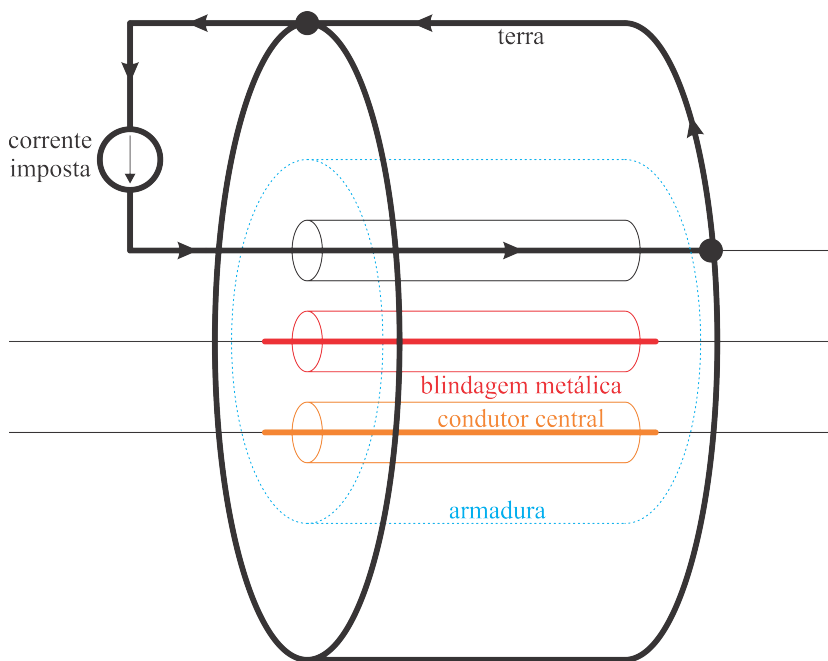


Tabela 13 – Tensões induzidas em todas as partes condutoras do cabo quando alimentada somente a veia a .

Tensão na:	Módulo [mV/km]	Fase [°]
Veia a	514,63	81,41
Veia b	396,40	90,00
Veia c	396,40	90,00
Blindagem 1	448,94	89,69
Blindagem 2	396,40	90,00
Blindagem 3	396,40	90,00
Armadura g	386,93	90,00

pectiva e a veia a . Por se tratar de um cabo na formação trifólio (configuração simétrica), os mesmos valores se repetem quando aplicadas as correntes somente na veia b ou c . O valor das impedâncias é apresentado na Tabela 14:

Tabela 14 – Impedância primitiva própria da fase a , mútuas entre veias, mútua veia-blindagens e mútua veia-armadura.

Impedância	Resistência [m Ω /km]			Indutância [mH/km]		
	Num.	Anal.	δ [%]	Num.	Anal.	δ [%]
\bar{z}_{aa}	76,8	75,60	1,60	1,62	1,61	0,42
\bar{z}_{ab}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{ac}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{a1}	2,44	0,00	100	1,43	1,42	0,49
\bar{z}_{a2}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{a3}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{ag}	3,25E-2	0,00	—	1,23	1,22	0,70

Percebe-se uma grande semelhança nos valores das impedâncias mútuas entre veias e entre veia e blindagem das outras veias. Em outras palavras ($z_{ab} = z_{ac}$) \approx ($z_{a2} = z_{a3}$), o que vai inteiramente ao encontro com o apresentado na Seção 3.3 da referência (DA SILVA; BAK, 2013).

O mesmo processo é repetido, contudo agora a corrente é aplicada na blindagem 1 e as tensões induzidas em todos os elementos metálicos do cabo são calculadas, gerando a Tabela 16 de impedâncias

próprias e mútuas.

Tabela 15 – Tensões induzidas em todas as partes condutoras do cabo quando alimentada somente a blindagem 1.

Tensão na:	Módulo [mV/km]	Fase [°]
Veia a	448,94	89,69
Veia b	396,40	90,00
Veia c	396,40	90,00
Blindagem 1	1686,2	15,44
Blindagem 2	396,40	90,00
Blindagem 3	396,40	90,00
Armadura g	386,93	90,00

Tabela 16 – Impedância primitiva própria da blindagem 1, mútuas entre blindagens, mútua blindagem-veia e mútua blindagem-armadura.

Impedância	Resistência [mΩ/km]			Indutância [mH/km]		
	Num.	Anal.	δ [%]	Num.	Anal.	δ [%]
\bar{z}_{1a}	2,44	0,00	100	1,43	1,42	0,49
\bar{z}_{1b}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{1c}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{11}	1625	1623	0,14	1,43	1,42	0,47
\bar{z}_{12}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{13}	2,90E-3	0,00	—	1,26	1,25	0,70
\bar{z}_{1g}	0,03	0,00	—	1,23	1,223	0,70

Por fim, repete-se o cálculo, aplicando a corrente na armadura e calculando-se as demais tensões induzidas, obtendo-se a Tabela 17.

Como esperado, independentemente da parte em que se aplica a corrente, as impedâncias mútuas são sempre iguais, conforme evidenciado nas Tabelas 14, 16 e 17.

Caso as blindagens fossem interconectadas apenas em umas das extremidades (aterradas ou não nesta extremidade), somente as impedâncias mútuas entre veias influenciariam na impedância de sequência positiva da veia, que, para a indutância pode ser obtida como a dife-

Tabela 17 – Impedância primitiva própria da armadura, mútua armadura-blindagem e mútua armadura-veia.

Impedância	Resistência [mΩ/km]			Indutância [mH/km]		
	Num.	Anal.	δ [%]	Num.	Anal.	δ [%]
\bar{z}_{ga}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{ga}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{gc}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{g1}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{g2}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{g3}	0,03	0,00	100	1,23	1,22	0,70
\bar{z}_{gg}	616,9	616,8	0,02	1,23	1,22	0,50

rença entre as indutâncias própria da fase e mútua entre fases (veja Seção 3.2.3.1):

$$L_p = 1,6198 - 1,2618 = 0,3580 \text{ mH/km} \quad (5.1)$$

Os valores indutância série do referido cabo no catálogo comercial da referência (ABB, 2015) é de 0,36 mH/km, o que valida a acurácia do método utilizado.

A resistência de sequência positiva, por não possuir componentes mútuos entre fases como no caso da indutância, é obtida diretamente a partir Tabela 14 e tem valor

$$R_p = 76,824 \text{ mΩ/km} \quad (5.2)$$

A impedância de sequência positiva também foi comparada pela aplicação de três tensões equilibradas, defasadas de 120° , com as blindagens e a amadura em aberto, calculando-se as correntes e dividindo a tensão de cada veia pela corrente. Valores iguais aos encontrados em (5.1) e (5.2) foram obtidos.

Para esta situação, foram feitas duas simulações: (i) com as blindagens e armadura em aberto; e (ii) com todas as blindagens metálicas interconectadas em ambas as extremidades e estas conectadas ao respectivo terminal de armadura (veja Figura 28), sendo o potencial de armadura flutuante.

Caso as blindagens fossem interligadas em ambas as extremidades, igual ao que foi feito em Hafner et al. (2014), a resistência e a

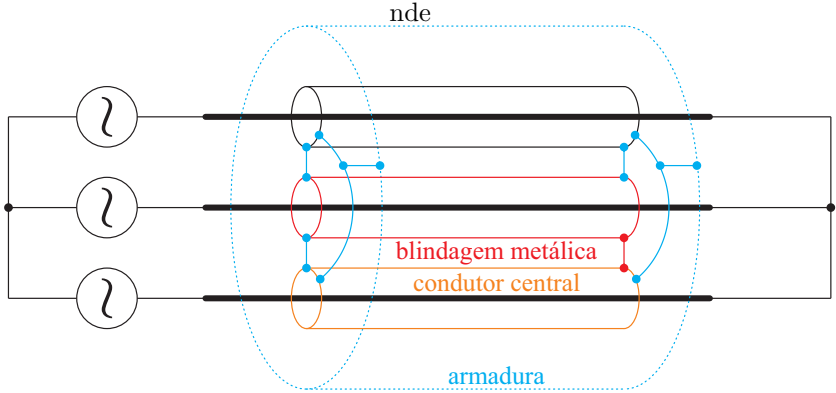


Figura 28 – Diagrama do circuito implementado no GetDP.

indutância séries distribuída de sequência positiva encontradas seriam:

$$R_p = 78,51 \times 10^{-6} \Omega/\text{m} \quad (5.3)$$

$$L_p = 0,3573 \times 10^{-6} \text{ H}/\text{m} \quad (5.4)$$

O aumento na resistência se dá porque, quando as blindagens são interconectadas, surge um caminho de circulação (veja Figura 30) para as correntes induzidas. Com isso, ocorre a introdução de mais um efeito na distribuição de corrente do condutor central, consequência da corrente existente na blindagem, aumentando o efeito de proximidade na respectiva veia, quando comparado ao caso em que as blindagens não eram interconectadas. À medida que a frequência aumenta, esse efeito é aumentado (HAFNER; FERREIRA DA LUZ; CARPES JR., 2015).

Conhecendo-se as resistências e as indutâncias (próprias e mútuas) encontradas para todas as partes condutoras do cabo, monta-se a matriz impedância:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{veia} & \mathbf{z}_{M-veia-blind} & \mathbf{z}_{M-veia-arm}^T \\ \mathbf{z}_{M-veia-blind} & \mathbf{z}_{blind} & \mathbf{z}_{M-blind-arm}^T \\ \mathbf{z}_{M-veia-arm} & \mathbf{z}_{M-blind-arm} & \mathbf{z}_{arm} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Figura 29 – Fluxo magnético [Wb/m] a 50 Hz para: (a) Blindagens não interligadas e (b) Blindagens interligadas

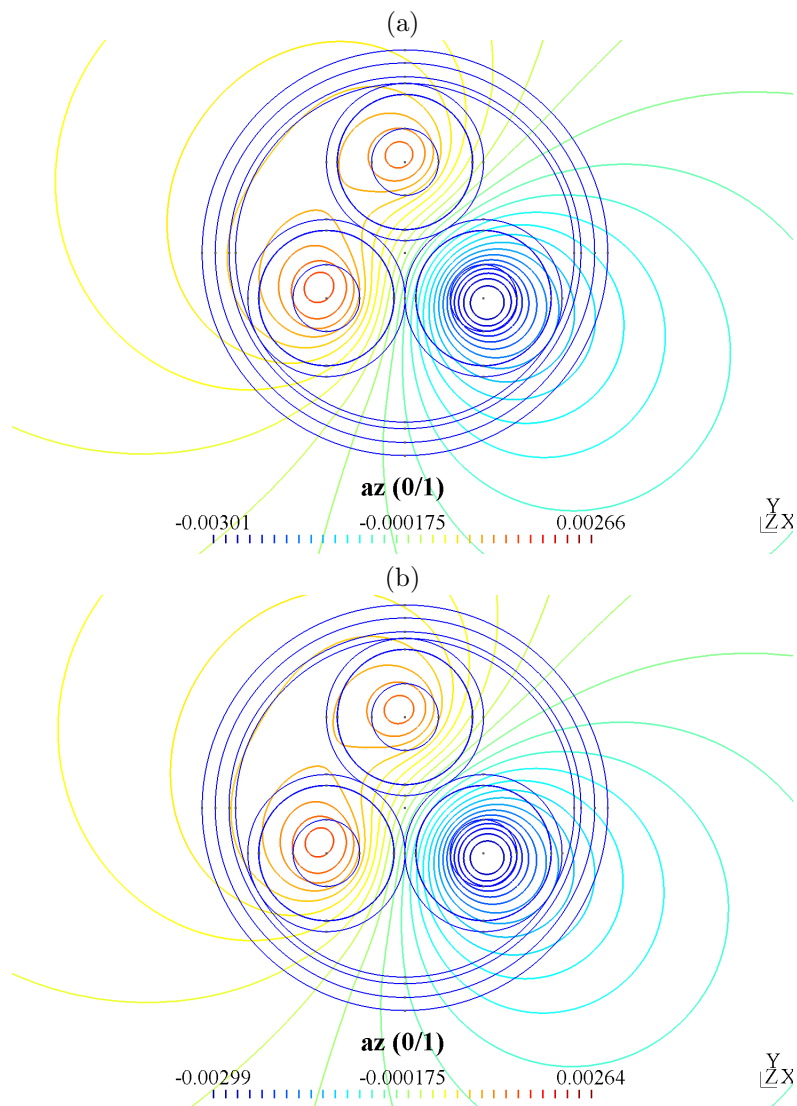
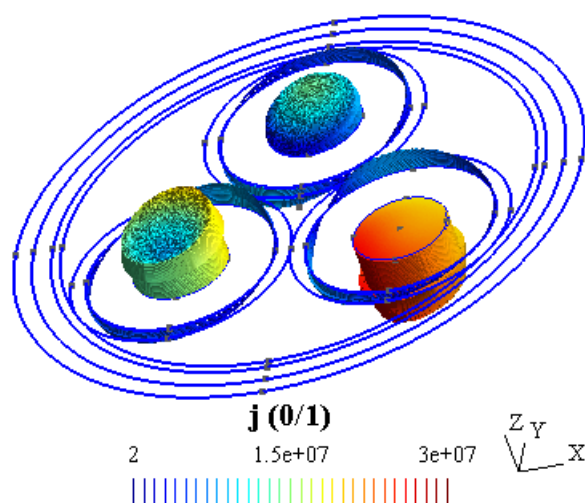
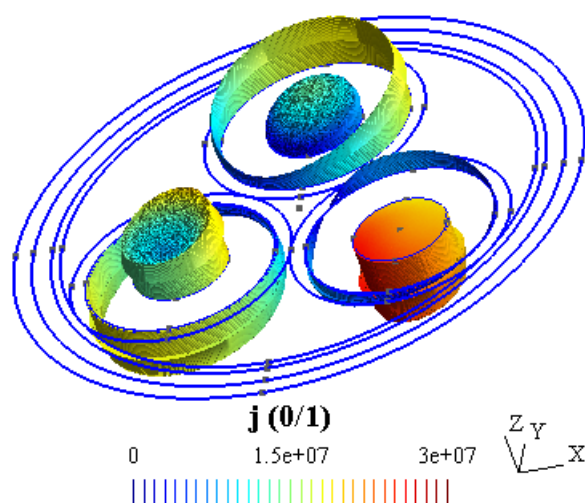


Figura 30 – Densidade de corrente elétrica [A/m²] (parte real) a 50 Hz para: (a) Blindagens não interligadas e (b) Blindagens interligadas

(a)



(b)



onde:

$$\mathbf{z}_{veia} = \begin{bmatrix} 76,8 + j509 & j396 & j396 \\ j396 & 76,8 + j407 & j396 \\ j396 & j396 & 76,8 + j396 \end{bmatrix} \frac{\text{m}\Omega}{\text{km}} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{z}_{blind} = \begin{bmatrix} 1625 + j449 & j396 & j396 \\ j396 & 1625 + j449 & j396 \\ j396 & j396 & 1625 + j449 \end{bmatrix} \frac{\text{m}\Omega}{\text{km}} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{z}_{M-veia-blind} = \begin{bmatrix} 2,44 + j449 & j396 & j396 \\ j396 & 2,44 + j449 & j396 \\ j396 & j396 & 2,44 + j449 \end{bmatrix} \frac{\text{m}\Omega}{\text{km}} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} z_{arm} &= 616 + j386 \mu\Omega/\text{m} \\ \mathbf{z}_{M-blind-arm} &= \begin{bmatrix} j387 & j387 & j387 \end{bmatrix} \mu\Omega/\text{m} \\ \mathbf{z}_{M-veia-arm} &= \begin{bmatrix} j387 & j387 & j387 \end{bmatrix} \mu\Omega/\text{m} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Ressalta-se que a matriz impedância supracitada é válida para 50 Hz. O módulo desenvolvido encontra a matriz para uma gama de frequências, que são apresentados de forma gráfica nas Figuras 31, 32, 33, 34, 35 e 36.

Figura 31 – Matriz resistência das fases.

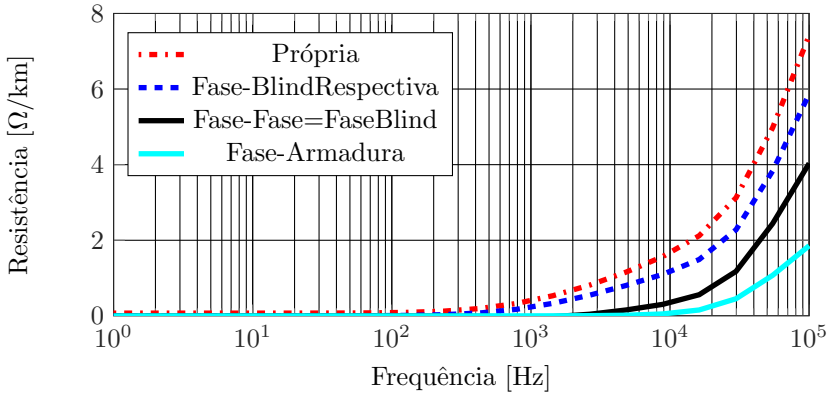


Figura 32 – Matriz indutância das fases.

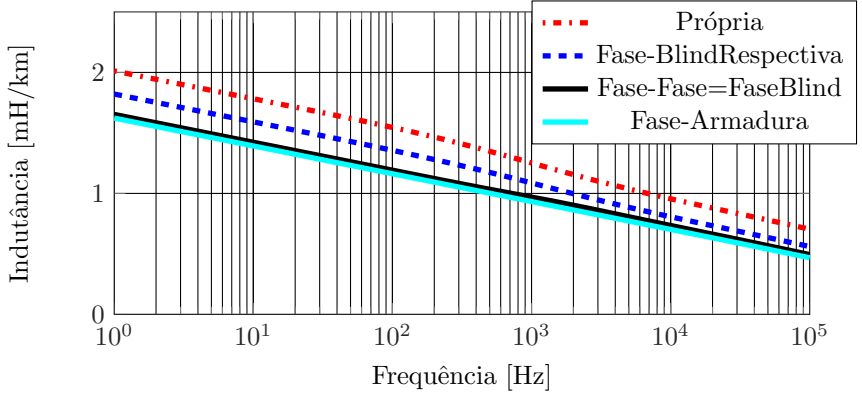


Figura 33 – Matriz resistência das blindagens metálicas.

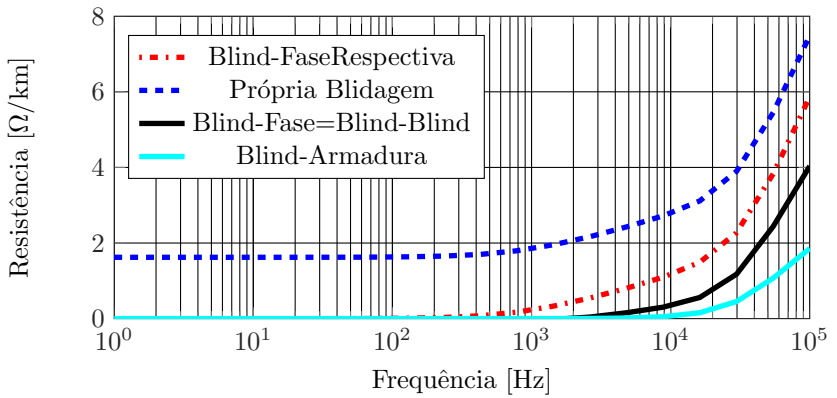


Figura 34 – Matriz indutância das blindagens metálicas.

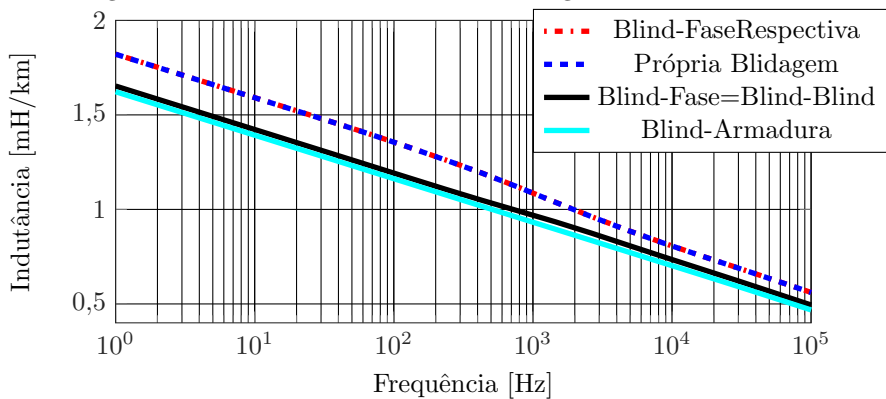
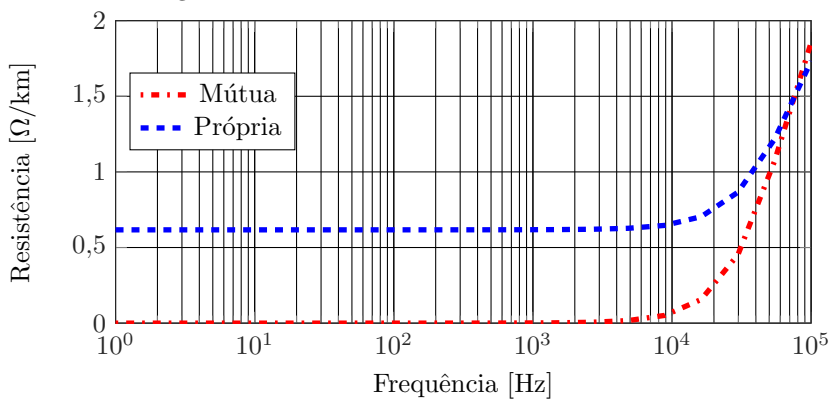
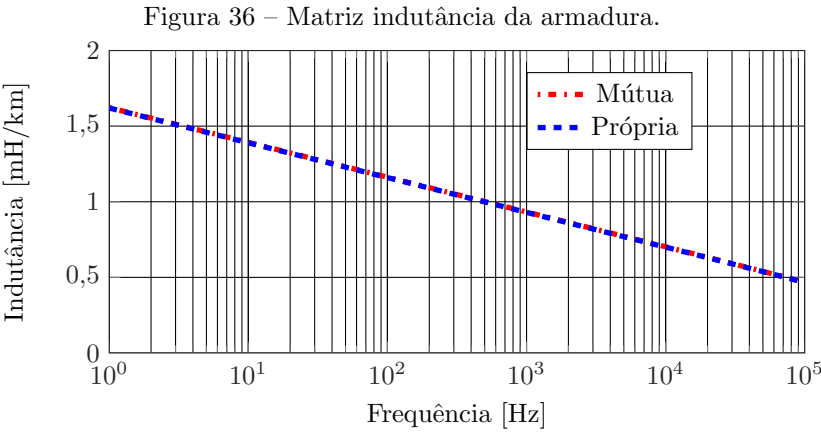


Figura 35 – Matriz resistência da armadura.





5.2.2.2 Admitância paralela

Por se tratar de um material de elevada resistividade (Tabela 18), o ramo que representa a condutância paralela do material isolante pode ser desprezado, o que pode ser comprovado já a 50 Hz pela aplicação de (B.30) ao cabo em estudo, onde $a = 11,4$ mm e $b = 19,4$ mm.

$$y_{12} = (0,0098 + j82,184) \mu\text{S/km} \tag{5.10}$$

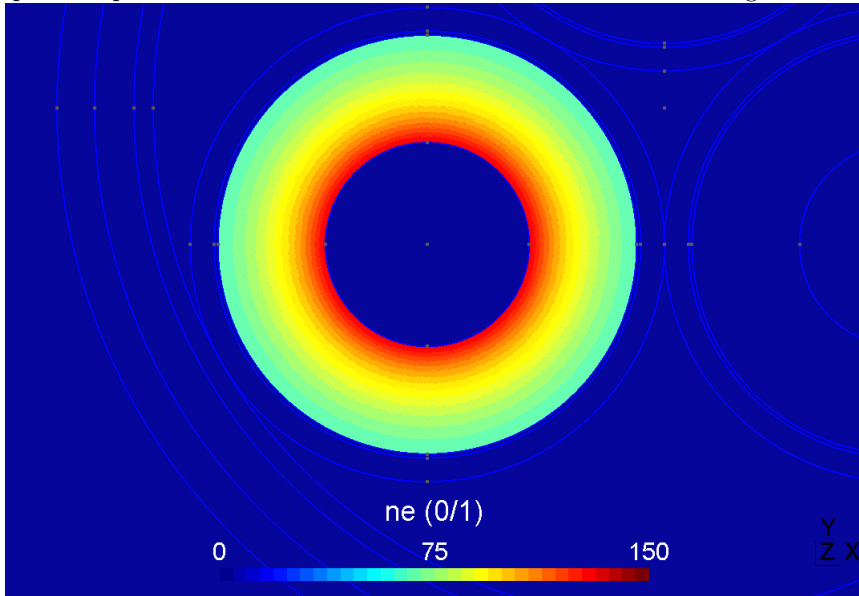
Tabela 18 – Constantes dos principais dielétricos utilizados nas veias de cabos de potência.

Isolante	$\text{tang } \delta$	ε_r	σ [nS/m]	TO [°C]
XLPE	0,0004	2,3 a 2,6	0,001	90
EPR	0,002	2,6 a 3,0	1	90
PIcO	0,003	3,7	1	60 a 70

A capacitância entre veia e blindagem é $\text{Im}(y_{12})/\omega = 0,26160 \mu\text{F/km}$, muito próximo do valor fornecido pelo catálogo do fabricante (ABB, 2015), que é de $0,26 \mu\text{F/km}$.

Também foi calculada a capacitância veia-blindagem por meio da técnica de elementos finitos, chegando-se ao valor de $0,26160 \mu\text{F/km}$,

Figura 37 – Módulo do campo elétrico [V/m] entre a veia e a blindagem quando aplicada uma tensão de 1 V na veia e aterrada a blindagem.



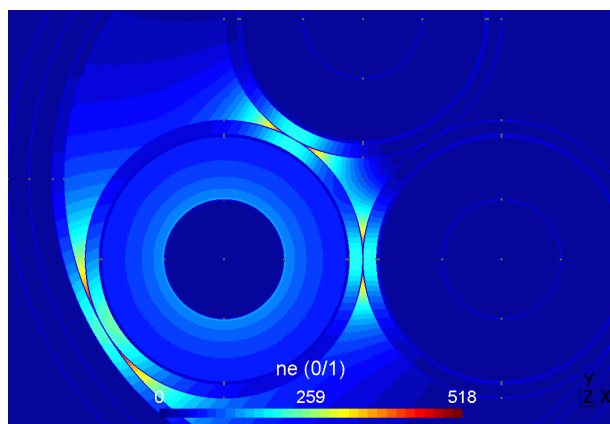
que é exatamente o valor encontrado pelo método analítico e que se aproxima muito do valor fornecido pelo fabricante. A Figura 37 mostra o módulo do campo elétrico na região em análise.

Por fim, foram calculadas as capacitâncias blindagem-blindagem e blindagem-armadura pelo método dos elementos finitos. A Figura 38 apresenta o campo elétrico entre estas superfícies e a Tabela 19 apresenta os valores obtidos das capacitâncias entre todas as partes metálicas do cabo, bem como o erro de medição, considerando o valor do fabricante (ABB, 2015) como referência:

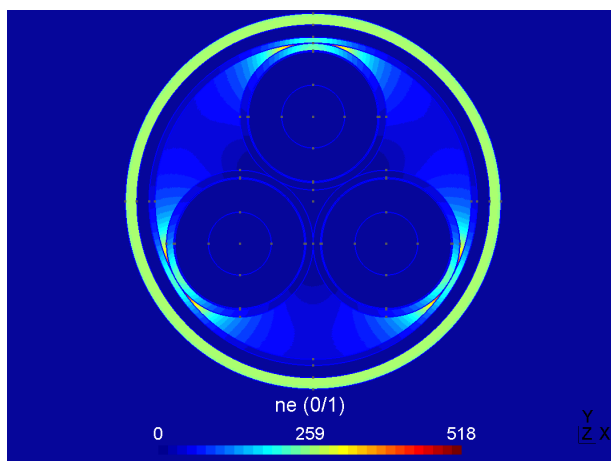
A matriz admitância paralela é, de acordo com (3.3), expressa por:

$$\mathbf{Y} = j100\pi\mathbf{C} \quad (5.11)$$

Figura 38 – Módulo do campo elétrico [V/m] quando aplicada uma diferença de potencial de 1 V (a) entre blindagens e (b) entre blindagem e armadura.



(a)



(b)

Tabela 19 – Capacitâncias do cabo tripolar em estudo.

Capacitância	Numérico [nF/m]	Analítico [nF/m]	Fabricante [nF/m]	Erro [%]
Veia-Blindagem	261,9	261,6	260,0	0,006
Blindagem-Blindagem	55,8	—	—	—
Blindagem-Armadura	142,2	—	—	—
Armadura-Terra	1917	1917	—	0,000

onde:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 262 & 0 & 0 & -262 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 262 & 0 & 0 & -262 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 262 & 0 & 0 & -262 & 0 \\ -262 & 0 & 0 & 516 & -56 & -56 & -142 \\ 0 & -262 & 0 & -56 & 516 & -56 & -142 \\ 0 & 0 & -262 & -56 & -56 & -56 & -142 \\ 0 & 0 & 0 & -142 & -142 & -142 & 2344 \end{bmatrix} \frac{\text{nF}}{\text{km}} \quad (5.12)$$

5.3 MEDIÇÕES EM UM CABO TRIPOLAR DE 9,64 m

Esta seção apresenta a comparação de alguns resultados numéricos com resultados de medições. A Tabela 20 apresenta os dados do cabo tripolar de comprimento de 9,64 m (veja Figura 39), fornecido pela Petrobras à UFSC, para que as medições fossem realizadas.

Para medição dos parâmetros de transmissão do cabo foi utilizada a ponte medidora de impedâncias “Agilent Impedance Analyzer 4294A”. O arranjo para estas primeiras medições é apresentado na Figura 39.

Várias foram as conexões dos cabos para se medir as impedâncias e admitâncias. Destaca-se a Figura 40 para a medição das indutâncias e a Figura 45 para a medição das capacitâncias.

5.3.1 Indutâncias

A medição feita pelo arranjo da Figura 40(a), é apresentada na Figura 41. Percebe-se uma tendência semelhante entre os valores medidos e calculados.

Figura 39 – Montagem do cabo para medições dos parâmetros de transmissão, detalhando o início e o fim do cabo e o detalhe da terminação para medição



Figura 40 – Arranjo para medição das indutâncias entre: (a) duas veias, (b) núcleo e blindagem e (c) três veias.

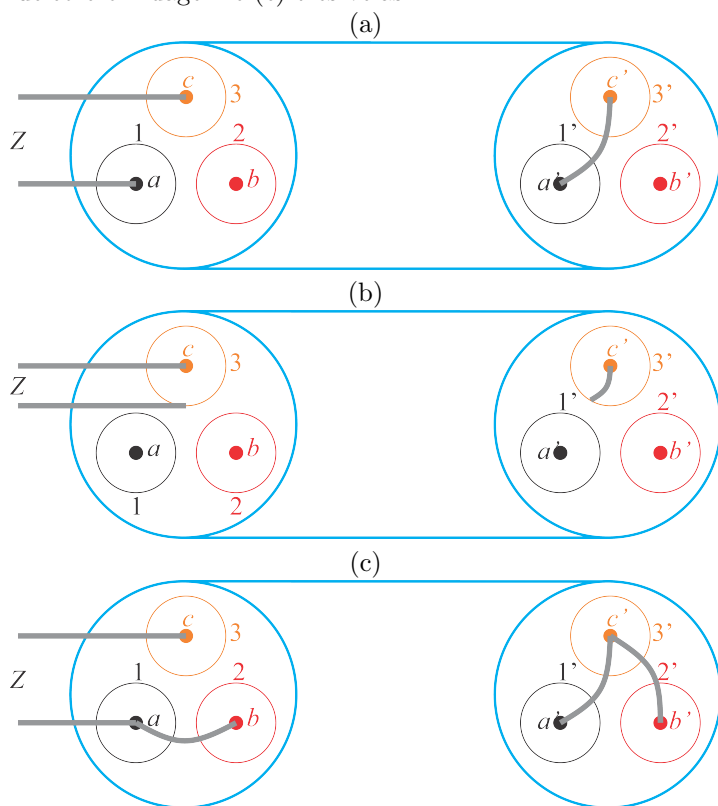


Tabela 20 – Dimensões do cabo fornecido pela Petrobras à UFSC

Componente do cabo	Diâmetro Interno [mm]	Diâmetro Externo [mm]	Espessura do item [mm]
Condutor central	0,00	19,00	–
Blindagem do condutor	19,00	20,00	0,50
Isolação	20,00	32,00	6,00
Blindagem da isolação	32,00	34,50	1,25
Blindagem metálica	34,50	35,70	0,60
Enchimento	75,70	78,10	1,20
Dielétrico interno da armadura	78,10	84,10	3,00
Armadura	84,10	97,00	6,45
Dielétrico externo da amadura	97,00	108,0	5,50

Também observa-se que a indutância calculada via FEM tende ao valor de $2,33 \mu\text{H}$ em altas frequências, diferente do valor de $3,56 \mu\text{H}$ da medição. Desta medição apenas temos um indicativo de coerência, pois o valor medido está entre a indutância máxima ($5,71 \mu\text{H}$), que ocorre nas baixas frequências e mínima ($2,33 \mu\text{H}$), que ocorre nas altas frequências.

Com relação aos pontos obtidos pela medição, até 500 Hz não houve uma resposta estável para o comprimento do cabo medido (veja Figura 41). Contudo, a medida que a frequência aumenta, a estabilidade da medição é atingida. Verifica-se que a indutância cai com o aumento da frequência, o que era esperado, pois com o aumento desta, o fluxo magnético tende a ficar confinado entre o núcleo e a blindagem.

No intuito de compreender a diferença entre os valores medidos e calculados, faz-se a comparação quando a medição é somente entre núcleo e blindagem, ou melhor, pelas três blindagens, pois estas estão em contato ao longo de todo o comprimento do cabo. Como a corrente volta pelas três blindagens, é necessário considerar a indutância devido ao enlace de fluxo da corrente de retorno. A referida medição é apresentada na Figura 42, onde a indutância de $1,16 \mu\text{H}$ é medida em altas frequências. Em frequências inferiores a 500 Hz também se observa uma medida com bastante ruído, conforme mostrado na Figura 42.

Diante do exposto, suspeitou-se inicialmente que a diferença em altas frequências encontrada no cálculo da indutância entre veias é devida a blindagem ter sido modelada como sólida, e não vazada como é na realidade. Ressaltamos que as devidas correções na resistividade

Figura 41 – Comparativo entre indutância entre veias medida (gráfico superior) e calculada via FEM (gráfico inferior).

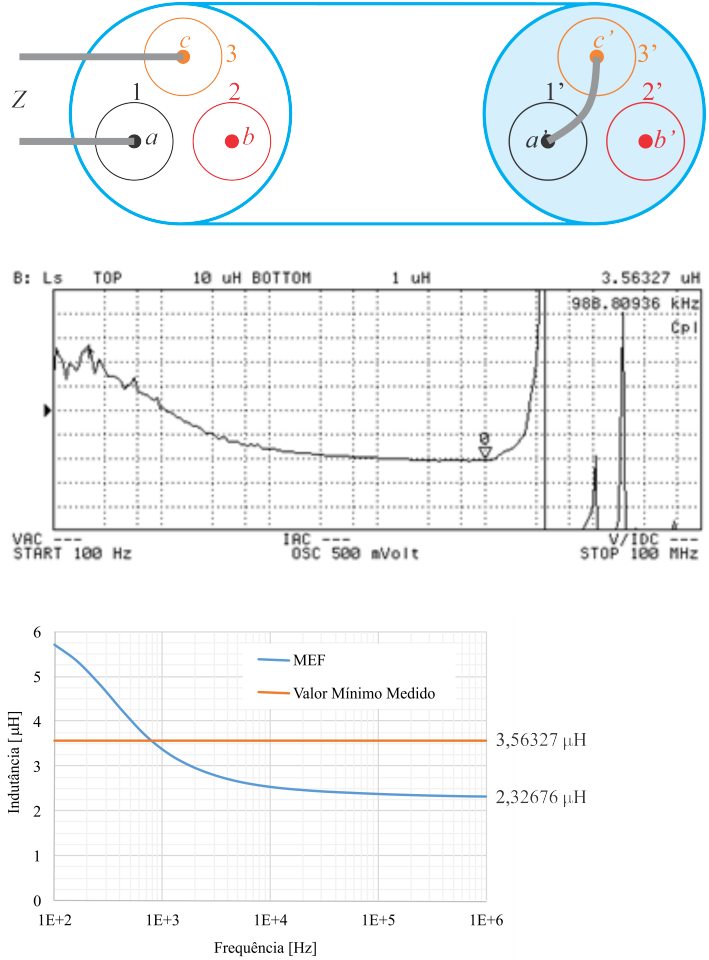
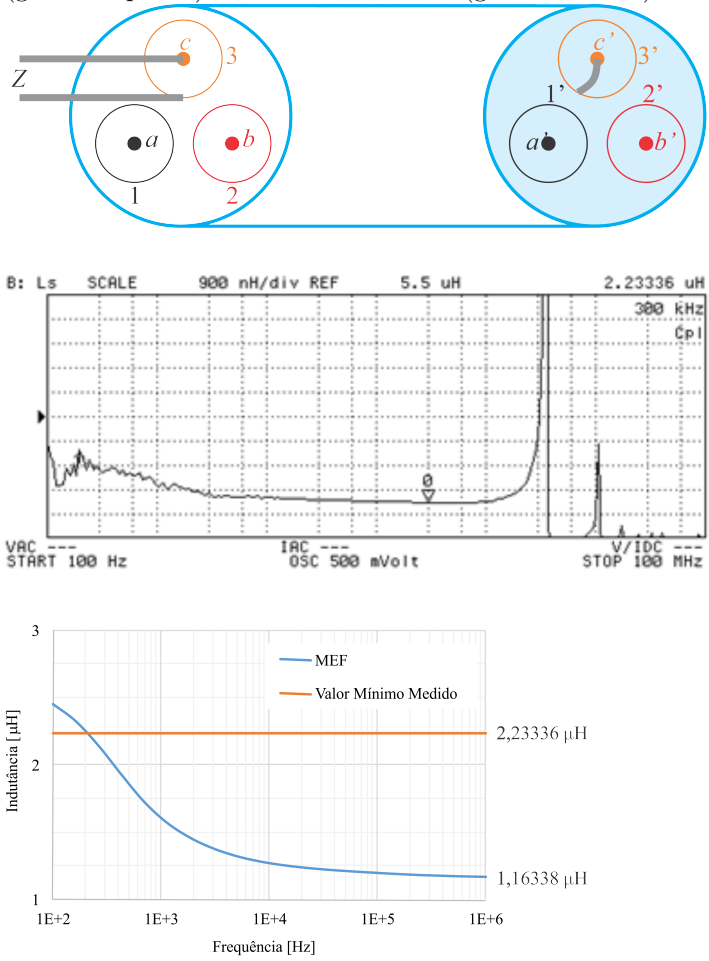


Figura 42 – Comparativo entre indutância entre veia e blindagem medida (gráfico superior) e calculada via FEM (gráfico inferior).



foram feitas também para a blindagem. Simulações com blindagens vazadas foram feitas para verificar esta hipótese e verificou-se que, independente da blindagem ser vazada ou sólida os resultados obtidos via MEF foram os mesmos. Outra possibilidade da diferença, é a influência do segmento de condutor colocado para emendar os núcleos no final do cabo. A indutância do segmento condutor, é dada pela expressão:

$$L_{fio} = \ell_{fio} \cdot 0,2 \cdot \ln \left(\frac{\ell_{umb}}{r_{fio}} \right) [\mu\text{H}] \quad (5.13)$$

onde ℓ_{fio} é o comprimento do fio em metros, ℓ_{umb} é o comprimento do cabo e r_{fio} é o raio médio geométrico do fio, que em altas frequências é aproximadamente o próprio raio do fio e em baixas frequências é o raio do fio multiplicado por $e^{-1/4}$.

A influência do segmento no final do condutor na composição da indutância diminui a medida que o cabo aumenta, devido a (5.13) ser proporcional ao logaritmo da distância.

A título de verificação dos resultados supracitados montou-se ainda o arranjo apresentado na Figura 43. Quando comparamos o resultado medido, $2,89 \mu\text{H}$, com o obtido a partir da associação dos medidos no arranjo da Figura 43, $\left(\frac{3,56}{2}\right) + \left(\frac{3,56/2}{2}\right) = 2,67 \mu\text{H}$, obtém-se uma diferença de aproximadamente 8 %, também oriunda do segmento de condutor necessário para a interligação dos núcleos. Maiores detalhes podem ser visualizados na Figura 43.

A título de enriquecimento de detalhes da referida associação, para esta também foi realizada o cálculo via MEF, que é apresentado na Figura 44.

5.3.2 Capacitâncias

Os arranjos apresentados na Figura 45 foram analisados para a medição das capacitâncias. Obteve-se um valor medido constante para as capacitâncias entre núcleo e blindagem e entre núcleos (veja Figura 46).

Em termos de cálculo de capacitância, cada veia pode ser considerada como um longo capacitor cilíndrico, e sua capacitância calculada analiticamente aplicando-se (B.30), logo após a correção da permissividade da veia por (A.4).

Sendo o isolante de EPR, e de posse das dimensões geométricas apresentadas na Tabela 20, mostra-se na sequência a obtenção da per-

Figura 43 – Indutância quando a corrente retorna pelos outros dois núcleos (gráfico inferior).

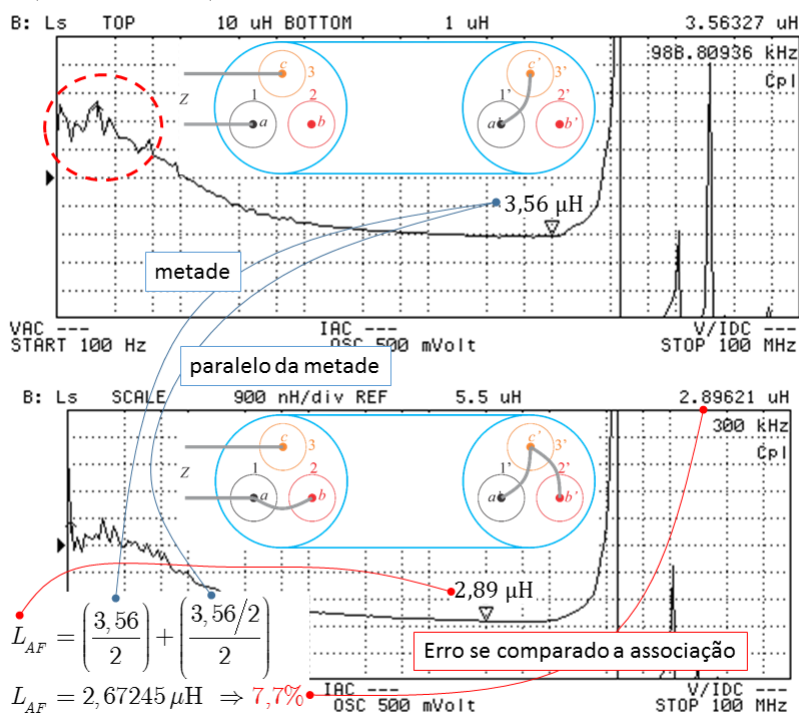


Figura 44 – Comparativo entre indutância entre veia e e retorno pelas outras duas veias em paralelo medida (gráfico superior) e calculada via MEF (gráfico inferior).

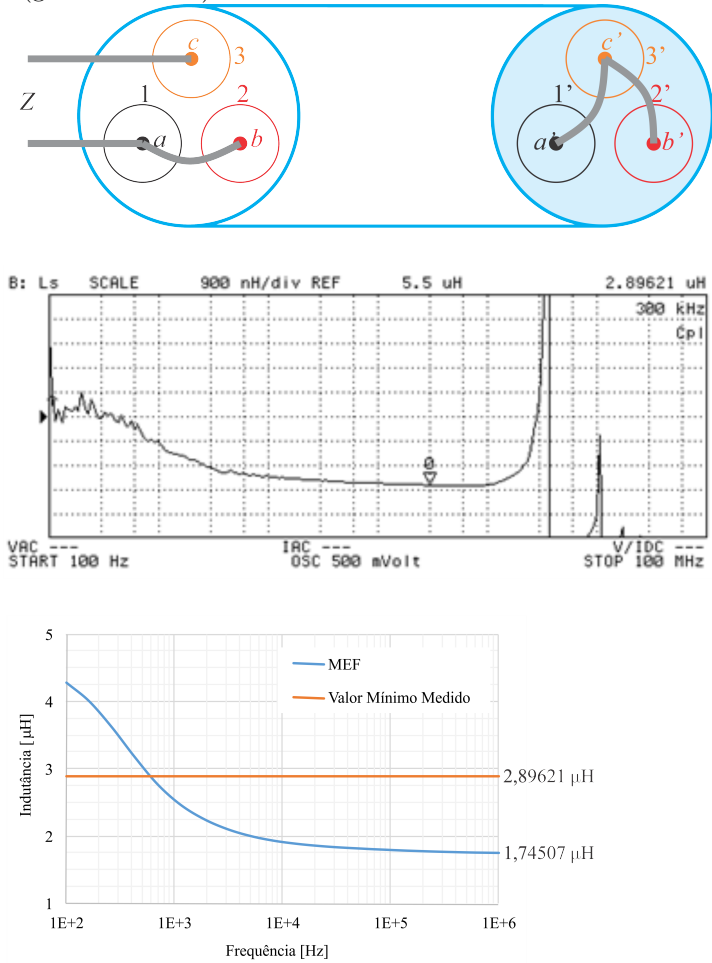


Figura 45 – Arranjo para medição das capacitâncias entre: (a) núcleo e blindagem e (b) dois núcleos.

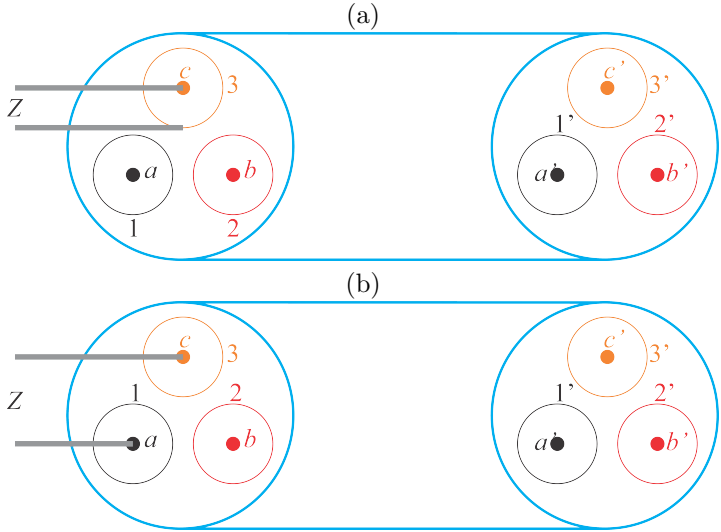
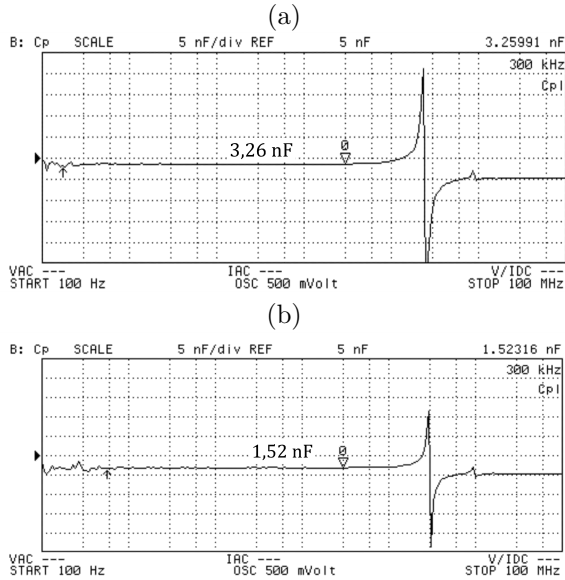


Figura 46 – Medições das capacitâncias entre; (a) núcleo e blindagem e (b) núcleo e núcleo.



missividade elétrica corrigida, o cálculo da capacitância distribuída de uma veia e o cálculo da capacitância absoluta da mesma:

- Correção da permissividade

$$\varepsilon' = \left(\frac{2,6 + 3,0}{2} \right) \frac{\ln \left(\frac{17,00}{9,50} \right)}{\ln \left(\frac{16,00}{10,00} \right)} = 3,45\varepsilon_0 \quad (5.14)$$

- Capacitância distribuída

$$C_{veia} = 2\pi \frac{3,45\varepsilon_0}{\ln \left(\frac{17,00}{9,50} \right)} = 331 \frac{\text{pF}}{\text{m}} \quad (5.15)$$

- Capacitância absoluta

$$C_{absoluta} = \left(331 \frac{\text{pF}}{\text{m}} \right) (9,64 \text{ m}) = 3,195 \text{ nF} \quad (5.16)$$

Sendo a capacitância medida igual a 3,25991 nF, o erro relativo obtido foi de 1,993 %, o que valida os resultados obtidos.

Com relação ao arranjo proposto na Figura 45(b) (capacitância entre núcleos), a capacitância medida é apresentado na Figura 46(b) e seu valor é a metade do valor da capacitância núcleo blindagem, indicando uma associação série das capacitâncias, o que era esperado para o referido arranjo, visto que as blindagens estão continuamente interligadas.

6 CONCLUSÕES

A complexidade da modelagem de cabos aumenta com a riqueza de detalhes que se deseja modelar. Contudo, levar em conta o maior número de detalhes, além de aumentar o esforço computacional, não é garantia de melhores resultados. Inclusive, verificou-se quando foi tentado adicionar as camadas semicondutoras e fitas bloqueadoras de água, que elementos demasiadamente pequenos de malha podem não representar matematicamente com a devida acurácia o problema físico. Cabe então ao engenheiro usuário da ferramenta de elementos finitos fazer a opção do nível de detalhamento adequado.

A principal vantagem da metodologia proposta em relação aos analíticos reside no fato de desenvolver modelos para estruturas mais complexas, como as que não possuem concentricidade ou formas circulares, como é o caso do cabo sector-shaped apresentado na Figura 21.

Os relatórios gerados pela ferramenta proposta servem de entrada de dados para softwares de modelagem de transitórios em linhas (cabos) de transmissão submarinos ou subterrâneos.

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

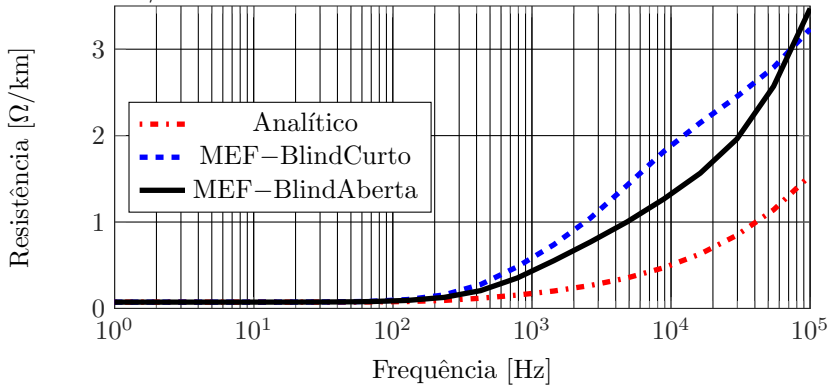
A modelagem numérica mostra que são algumas considerações, do ponto de vista da modelagem eletromagnética, que devem ser levadas em conta quando da análise de cabos tripolares ou monopolares quando próximos entre si:

1. Com o aumento da frequência, as correntes induzidas na blindagem metálica exercem influência na impedância do condutor central devido ao efeito de proximidade. O aumento da corrente na blindagem quando esta está interligada já é percebido a 50 Hz na Figura 30. O efeito da variação da resistência também é apresentado graficamente na Figura 47.

A resistência calculada pelo MEF é maior porque a solução numérica considera também o efeito de proximidade, enquanto o modelo analítico apresentado nesse estudo apenas considera o efeito pelicular.

2. Para cabos tripolares com blindagem, que é o caso presente, a área útil de fluxo compreendida entre os dois condutores varia

Figura 47 – Variação da resistência com a frequência do cabo tripolar de 300 mm² / 30 kV.



com a frequência em três regiões distintas (veja Figuras 48, 49 e 50):

- (i) Área útil máxima: ocorre em baixas frequências, onde o efeito da blindagem é desprezível¹. Para o dados utilizados nesta seção esta faixa é de 0 a 40 Hz para o referido cabo.
- (ii) Área útil mínima: ocorre para altas frequências, onde o efeito da blindagem magnética é próximo ao total. Para o dados utilizados nesta seção este efeito da blindagem ocorre para frequências superiores a 10 kHz para o caso das blindagens interligadas.
- (iii) Área útil média: ocorre para frequências intermediárias, onde o efeito da blindagem é parcial. Para o dados utilizados nesta seção este efeito ocorre para frequências entre 40 Hz e 10 kHz.

Observa-se ainda que além da área ficar reduzida devido ao confinamento do fluxo entre fase e blindagem respectiva, ocorre uma redução do valor máximo de fluxo, conforme indicado nas escalas das Figuras 48 e 49.

Para o caso trifásico com formação trifólio, a indutância externa do cabo para uma gama de frequências é apresentada na Fi-

¹O efeito da blindagem magnética é desprezível. O efeito da blindagem elétrica é sempre total.

Figura 48 – Fluxo magnético [Wb/m] entre as fases de um circuito trifásico com formação em trifólio em 50 Hz.

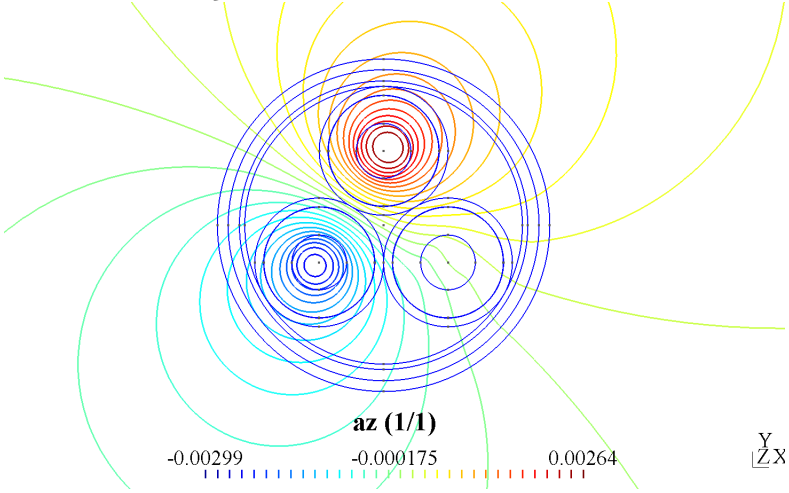
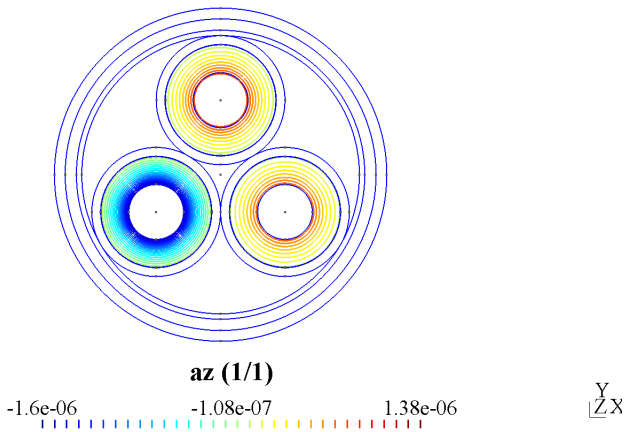
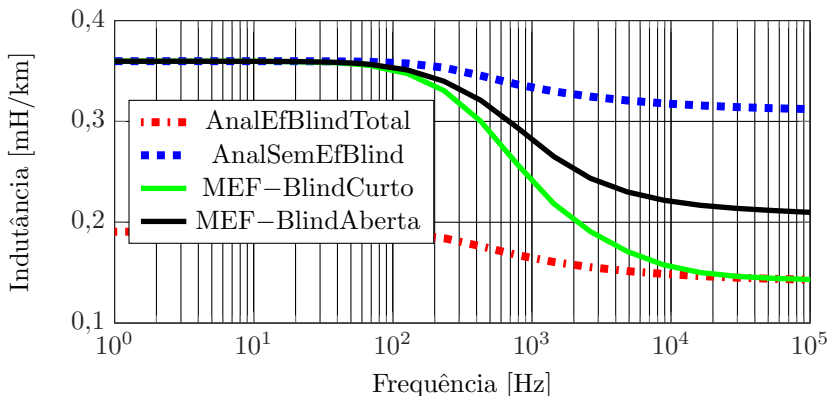


Figura 49 – Fluxo magnético [Wb/m] entre as fases de um circuito trifásico com formação em trifólio em 100 kHz.



gura 50, onde MEF-BlindCurto é a legenda para o caso das blindagens interligadas e MEF-BlindAberta para o caso das Blindagens abertas (nas duas ou em somente uma extremidade). A referida curva fica limitada as duas curvas limite: AnalSemEfBlind², que é o limite máximo para a indutância que ocorre em baixas frequências, onde o efeito da blindagem é pouco efetivo do ponto de vista do campo magnético; e AnalEfBlindTotal³, onde a blindagem magnética confina todo o fluxo oriundo da fase entre a fase e a respectiva blindagem.

Figura 50 – Variação da indutância do cabo com a frequência do cabo tripolar de 300 mm² / 30 kV.



Com relação às medições obteve-se valores coerentes para a indutância quando considera-se as três blindagens em curto. Fato este foi verificado através de teste de continuidade, onde confirmou-se o curto contínuo entre elas ao longo do cabo. O fato da blindagem ter furos não implica em uma redução do confinamento do fluxo em altas frequências. O segmento condutor utilizado para emenda no final dos cabos tem forte influência na composição da indutância para o comprimento de cabo medido (9,64 m). Para resultados mais precisos é necessário a medição em cabos mais longos, o que torna possível inclusive uma medição com menos nível de ruído nas baixas frequências. Já com relação a capacitância, resultados muito próximos foram encontrados, validando o modelo desenvolvido.

²Analítico Sem Efeito da Blindagem

³Analítico com Efeito Total da Blindagem

6.2 CONTRIBUIÇÕES

O GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) até hoje tradicionalmente tem forte atuação em modelos de motores e transformadores. Com o presente trabalho inicia-se mais uma frente em termos de área de atuação.

Com relação a contribuição do ponto de vista de artigos publicados, o presente estudo deu origem a dois artigos aprovados em congresso, um de relevância nacional e um de abrangência internacional.

O artigo de relevância nacional foi publicado no Momag 2014 (11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo e 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica), intitulado “Aplicação do método de elementos finitos no cálculo da impedância distribuída em cabos de potência tripolares”.

O artigo de abrangência internacional foi publicado no IPST 2015 (International Conference on Power Systems Transients), intitulado “Impedance and Admittance Calculations of a ThreeCore Power Cable by the Finite Element Method”.

Há ainda, um artigo submetido em 2016 a revista IEEE Transactions on Magnetics, intitulado: “Time-Domain Methodology for Electromagnetic Transients Simulations in Underground Power Cables with Non-Conventional Configurations”.

Por fim, a contribuição mais relevante, foi o desenvolvimento de uma ferramenta de análise eletromagnética de cabos de potência tripolares dentro da plataforma Gmsh/GetDP, que ficará disponível a toda comunidade acadêmica e científica, para uso e modificações. Além disto também ficará disponível o manual de utilização do referido módulo (veja Apêndice C).

6.3 SUGESTÕES DE CONTINUIDADE DA PESQUISA

O módulo de cabos desenvolvido é uma primeira etapa da pesquisa aqui apresentada. Trata-se de uma ferramenta dinâmica do ponto de vista do desenvolvimento e que pode continuamente ser melhorada e adaptada. Atualmente o modelo desenvolvido serve para cabos tripolares e monopolares de geometria circular. O modelo pode ser expandido para atender uma gama maior de cabos, como o apresentado na Figura 21.

Além disto, o modelo poderia melhorar no sentido de atender também a materiais não lineares ou até mesmo, possibilitar estruturas

com maior riqueza de detalhes ao invés de homogenizar como foi feito. Neste sentido poderia-se representar as geometrias de condutor central, blindagem e armadura tal como são de fato.

Também, com base no módulo desenvolvido, fazer um módulo 3D de um segmento que possua periodicidade.

Ainda como sugestão de melhoria no módulo, sugere-se, independente de uma análise 2D ou 3D, homogeneizada ou não, evoluir o módulo no sentido de acoplá-lo com circuitos elétricos, para obter-se os resultados de transitórios em linhas de transmissão diretamente do Gmsh/GetDP.

Por fim, sugere-se além das melhorias no módulo, abordagens híbridas (numéricas + analíticas), comparação com método dos momentos, subdivisão de condutores e sistema multimeios.

REFERÊNCIAS

- ABB. Xlpe submarine cable systems. **User's Guide**, 2015. Disponível em: <<http://new.abb.com/docs/default-source/ewea-doc/xlpe-submarine-cable-systems-2gm5007.pdf?sfvrsn=2>>.
- AES, R. S. T. M. **Formulação e cálculo dos parâmetros elétricos de um sistema de cabos em função da frequência**. Dissertação (Mestrado) — Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1992.
- ALoui, T.; AMAR, F. B.; ABDALLAH, H. Modeling of a three-phase underground power cable using the distributed parameters approach. In: **Systems, Signals and Devices (SSD), 2011 8th International Multi-Conference on**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–6.
- AMETANI, A. A general formulation of impedance and admittance of cables. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-99, n. 3, p. 902–910, maio 1980. ISSN 0018-9510. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4113884>>.
- ARIZON, P. de; DOMMEL, H. W. Computation of cable impedances based on subdivision of conductors. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 2, n. 1, p. 21 –27, jan. 1987. ISSN 0885-8977.
- BARTNIKAS, R.; SRIVASTAVA, K. **Power and communication cables: theory and applications**. IEEE Press, 2000. (IEEE Press series on power engineering). ISBN 9780780311961. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=lehSAAAAMAAJ>>.
- BASTOS, J. **Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática**. 3. ed. [S.l.]: Ed. UFSC, 2012. (Serie Didatica Universidade Federal de Santa Catarina). ISBN 9788532806024.
- DA SILVA, F.; BAK, C. **Electromagnetic Transients in Power Cables**. Springer London, Limited, 2013. (Power Systems). ISBN 9781447152354. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=MND3mgEACAAJ>>.
- DA SILVA, F. M. F. **Analysis and simulation of electromagnetic transients in HVAC cable transmission grids**. 253 p. Tese (Doutorado) — Aalborg University, 2011. Disponível em: <http://vbn.aau.dk/files/55783303/filipe_miguel_faria_da_silva.pdf>.

DOMMEL, H. **EMTP Theory Book**. 2. ed. Microtran Power System Analysis Corporation, 1996. Disponível em:
<<http://books.google.com.br/books?id=szAJHAAACAAJ>>.

DULAR, P. **Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires**. Tese (Doutorado) — Université de Liège, 1996.

DULAR, P.; LEGROS, W.; NICOLET, A. Coupling of local and global quantities in various finite element formulations and its application to electrostatics, magnetostatics and magnetodynamics. **Magnetics, IEEE Transactions on**, v. 34, n. 5, p. 3078–3081, Sep 1998. ISSN 0018-9464.

FERNANDES A. B., L. A. C. S.; NEVES, W. L. A. Modelos de linhas de transmissão no domínio de fases: Estado da arte. **Congresso Brasileiro de Automática**, 2002.

FERREIRA DA LUZ, M. V. **Desenvolvimento de um software para cálculo de campos eletromagnéticos 3D utilizando elementos de aresta, levando em conta o movimento e o circuito de alimentação**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

GEUZAIN, C. **High order hybrid finite element schemes for Maxwell's equations taking thin structures and global quantities into account**. Tese (Doutorado) — Université de Liège, 2001.

GUDMUNDSOTTIR, U. S. **Modelling of long High Voltage AC cables in Transmission Systems**. Tese (Doutorado) — Aalborg University, 2010. Disponível em:
<<http://vbn.aau.dk/en/publications>>.

GUSTAVSEN, B. **A study of overvoltages in high voltage cables with emphasis on sheath overvoltages**. Tese (Doutorado) — Trondheim, Norway, 1986.

GUSTAVSEN, B. et al. A finite-element approach for calculating electrical parameters of umbilical cables. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 24, n. 4, p. 2375–2384, Oct 2009. ISSN 0885-8977.

GUSTAVSEN, B.; MARTINEZ, J.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part ii: Insulated

cables. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 20, n. 3, p. 2045 – 2050, July 2005. ISSN 0885-8977.

HAFNER, A. A.; FERREIRA DA LUZ, M. V.; CARPES JR., W. P. Impedance and admittance calculations of a threecore power cable by the finite element method. **International Conference on Power Systems Transients**, 2015. Disponível em:
<http://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2015/15IPST082.pdf>.

HAFNER, A. A. et al. Aplicação do método de elementos finitos no cálculo da impedância distribuída em cabos de potência tripolares. In: **16 SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11 CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2014)**. Curitiba, Brazil: [s.n.], 2014.

HO, P.-H.; WU, C.-J. Transient analysis of the 161 kv taiwan penghu submarine power cable system. **European Transactions on Electrical Power**, John Wiley & Sons, Ltd., v. 20, n. 4, p. 395–407, 2010. ISSN 1546-3109. Disponível em:
<<http://dx.doi.org/10.1002/etep.320>>.

IEC 287-1-1. **IEC 287-1-1**. 12 1994.

JENSEN, C.; DA SILVA, F. F.; BAK, W. W. C. L. Switching studies for the horns rev 2 wind farm main cable. **International Conference on Power Systems Transients**, 2011.

JENSEN, C. F. **Switching studies for the Horns Rev 2 wind farm main cable**. Dissertação (Mestrado) — Aalborg University, 2009.

MAMEDE FILHO, J. **Manual de equipamentos elétricos**. LTC, 2005. ISBN 9788521614364. Disponível em:
<<http://books.google.com.br/books?id=0gaLPgAACAAJ>>.

MARTI, J. Accuarte modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-101, n. 1, p. 147 –157, Jan. 1982. ISSN 0018-9510.

MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 3, n. 3, p. 1099 –1110, Jul 1988. ISSN 0885-8977.

NEXANS. Submarine power cables. **Design of medium voltage submarine cables**, 2015. Disponível em: http://www.nexans.com/Germany/group/doc/en/NEX_Submarine_neu.pdf.

NODA, T. **Development of a transmission line model considering the skin effect and corona effects for power system transient analysis**. Tese (Doutorado) — Doshisha University, 1996.

PAGNETTI, A. **Cable Modeling for Electromagnetic Transients in Power Systems**. Tese (Doutorado) — Universite Blaise Pascal - Clermont II, 2012.

POLLACZEK, V. F. Über das feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen einfachleitung (em alemão). **Elektrische Nachrichtentechnik**, v. 9, p. pp. 339–360, July 1926.

REECE, A.; PRESTON, T. **Finite Element Methods in Electrical Power Engineering**. Oxford University Press, 2000. (Monographs in electrical and electronic engineering). ISBN 9780198565048. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=t5ZjTTpXLh8C>.

ROCHA, P. E. D. **Modelagem de Cabos Subterrâneos e Submarinos para Estudos de Transitórios**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007. Disponível em: http://teses.ufrj.br/COPPE_M/PauloEduardoDarskiRocha.pdf.

SAAD, O.; GABA, G.; GIROUX, M. A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 11, n. 3, p. 1536–1545, jul 1996. ISSN 0885-8977.

SCHELKUNOFF, S. A. The electromanetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields. **Bell System Technical Journal**, p. 47, 1934. Disponível em: <http://www.alcatel-lucent.com/bstj/vol13-1934/articles/bstj13-4-532.pdf>.

TEIXEIRA JR., M. D. R. **Cabos de Energia**. [S.l.]: ArtLiber Editora, 2004.

TLEIS, N. **Power Systems Modelling and Fault Analysis: Theory and Practice**. Elsevier Science, 2007. (Newnes Power

Engineering Series). ISBN 9780750680745. Disponível em:
<<http://books.google.com.br/books?id=N6o249FpeSgC>>.

TRANTAFYLLIDIS, D.; PAPAGIANNIS, G.; LABRIDIS, D.
Calculation of overhead transmission line impedances: a finite element
approach. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 14, n. 1, p.
287 –293, jan 1999. ISSN 0885-8977.

WORKING GROUP B1.30 CIGRÉ. **Cable Systems Electrical
Characteristics**. [S.l.], 2013.

WORZYK, T. **Submarine Power Cables: Design, Installation,
Repair, Environmental Aspects**. Springer London, Limited, 2009.
(Power systems). ISBN 9783642012709. Disponível em:
<http://books.google.com.br/books?id=X8QfRT_SYDgC>.

APÊNDICE A – Fatores de correção aplicados no projeto de um cabo utilizando software

A ferramenta de simulação retornará resultados melhores ou piores, de acordo com o modelo utilizado. Um modelo matemático do cabo não pode representar todos os detalhes geométricos e as camadas presentes nestes. É necessário, então, a utilização de simplificações e a aplicação de correções para o modelo.

As correções mais comuns são: (1) Resistividade do condutor, (2) Permissividade elétrica e permeabilidade magnética do isolamento e (3) Resistividade da blindagem.

Para facilitar a compreensão serão aplicadas correções a um cabo em particular, retirado de Da Silva e Bak (2013), cujos dados são reproduzidos nas Tabelas 21 e 22:

Tabela A.21 – Dados geométricos de um cabo monopolar

Parâmetro	Valor
Área do condutor [mm ²]	1200
Diâmetro externo do condutor [mm]	41,5
Espessura da blindagem do condutor [mm]	1,5
Diâmetro da isolação [mm]	79
Espessura da blindagem da isolação [mm]	1,0
Espessura da barreira de água longitudinal [mm]	0,6
Área da seção transversal da blindagem de cobre [mm ²]	95
Espessura da barreira de água longitudinal [mm]	0,6
Espessura da barreira de água radial [mm]	0,2
Diâmetro da cobertura exterior [mm]	95

Tabela A.22 – Parâmetros físicos de um cabo monopolar

Parâmetro	Valor
Resistividade do Alumínio [nΩm]	28,26
Resistividade do Cobre [nΩm]	17,24
Permissividade do XLPE [F/m]	2,5 ϵ_0
Permissividade da cobertura externa do cabo [F/m]	2,3 ϵ_0

As resistividades dos isolantes serão consideradas infinitas e as permeabilidades magnéticas iguais a μ_0 .

A.1 RESISTIVIDADE DO CONDUTOR

A maioria dos softwares EMTP (*ElectroMagnetic Transients Program* - Programa de Transitórios Eletromagnéticos) não pode modelar condutores segmentados e encordoados, uma vez que só permite a modelagem de condutores sólidos e ocos (que devido ao efeito pelicular não são usados para cabos com grandes áreas de corte transversal). A Figura 5 mostra os diferentes tipos de condutores citados na sentença anterior. Torna-se, então, necessário corrigir o condutor em termos de resistividade ao modelar um condutor segmentado e/ou encordoadado, que são os dois tipos normalmente usados em níveis de transmissão.

A resistência do condutor cc é calculada como se mostra em (A.1), onde ℓ é o comprimento do condutor, ρ a resistividade elétrica do material e A a área da secção transversal:

$$R_{cc} = \rho \frac{\ell}{A} \quad (A.1)$$

A secção transversal de um condutor segmentado como dado em *datasheet* não é igual a πr^2 , onde r é o raio do condutor. Esta diferença é utilizada para corrigir a resistividade como mostrado em (A.2), onde ρ é a resistividade do material e ρ' a resistividade corrigida (DA SILVA, 2011):

$$R_{cc} = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{\rho' \ell}{\pi r^2} \Leftrightarrow \rho' = \rho \frac{\pi r^2}{A} \quad (A.2)$$

onde:

- A é a área nominal do condutor, fornecida no catálogo do fabricante.
- r e o raio do condutor central, de tal forma que $\pi r^2 > A$ para condutores segmentados.
- ρ é a resistividade nominal do material do condutor.

Particularizando para os dados do cabo apresentados no início da seção, verifica-se a necessidade de corrigir a resistividade do condutor central. Aplicando a metodologia supracitada tem-se:

$$\rho_{cGeo} = 28,26 \times 10^{-9} \frac{\pi (20,75 \times 10^{-3})}{1200 \times 10^{-6}} = 31,855 \text{ n}\Omega \text{ m}$$

Além das correções devido à geometria do condutor, também

correções devido à temperatura devem ser aplicadas. A correção é dada pela Eq. (A.3)

$$\rho_T = \rho_{20} (1 + \alpha_{20}(T - 20)) \quad (\text{A.3})$$

onde, para o caso do cobre (TLEIS, 2007):

- $\rho_{20} = 17,241 \times 10^{-9} \Omega \text{ m}$ é a resistividade do condutor a 20°C .
- $\alpha_{20} = 3,93 \times 10^{-3} ^\circ\text{C}^{-1}$ é o coeficiente de variação da resistividade do condutor a 20°C .
- T é a temperatura, em $^\circ\text{C}$, na qual se deseja saber o valor da resistividade. Normalmente o condutor central trabalha a 90°C (DA SILVA; BAK, 2013).

Particularizando, tem-se então para o condutor central:

$$\rho_{cGeoTerm} = 31,855 \times 10^{-9} (1 + 4,03 \times 10^{-3} (90 - 20)) = 40,841 \text{ n}\Omega \text{ m}.$$

A.2 PERMISSIVIDADE ELÉTRICA DA ISOLAÇÃO E CAMADAS SEMICONDUTORAS

A modelagem das camadas semicondutoras dos cabos por meio do software EMTP normalmente não é possível. As camadas semicondutoras são então incluídas no modelo alterando dois dos parâmetros de isolamento e assumindo que a capacitância entre o condutor e a blindagem é constante (GUSTAVSEN; MARTINEZ; DURBAK, 2005). Desta forma:

- As camadas semicondutoras são consideradas como pertencentes à isolação, e a espessura da isolação é aumentada pela espessura das camadas semicondutoras.
- A permissividade do isolamento aumenta, conforme mostrado em (A.4):

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)} \quad (\text{A.4})$$

onde:

– a e b são, respectivamente, os raios interno e externo do isolante.

$-r_1$ e r_2 são, respectivamente, os raios externo do condutor central e interno da blindagem.

$-\varepsilon$ é a permissividade elétrica do material dielétrico.

Particularizando, tem-se para a isolamento entre núcleo e blindagem metálica:

$$\varepsilon' = 2,5 \frac{\ln\left(\frac{40,85}{20,75}\right)}{\ln\left(\frac{39,25}{22,25}\right)} \varepsilon_0 = 2,983 \varepsilon_0.$$

Não é necessário corrigir as permissividades dos demais isolantes.

A.3 PERMEABILIDADE MAGNÉTICA DA ISOLAÇÃO E CAMADAS SEMICONDUTORAS

A permeabilidade magnética está associada a indutância, proveniente do campo magnético gerado pelo condutor central e pela blindagem metálica. Normalmente é possível apenas modelar condutores coaxiais (tanto para o condutor central como para a blindagem metálica). No entanto, na realidade, o condutor central é frequentemente encordado e a blindagem metálica é feita de uma folha fina e fios que são helicoidalmente enrolados ao redor da camada semicondutora. Desta forma, o campo magnético axial associado causará um efeito solenóide que aumentará a indutância total (GUSTAVSEN, 1986).

A impedância da isolamento fase-blindagem, devido ao campo magnético variante no tempo, está relacionada a permeabilidade magnética desta isolamento por:

$$L_{a1} = \frac{\mu_{iso-a1}}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (\text{A.5})$$

onde:

- μ_{iso-a1} é a permeabilidade magnética do isolante;
- r_1 é o raio da fase;
- r_2 é o raio interno da blindagem;

A Equação (A.5) não leva em conta qualquer efeito solenóide devido ao enrolamento helicoidal de blindagens aramadas. Quando for o caso, este efeito é incluído no modelo pela correção da permeabilidade

do isolante (GUDMUNSDOTTIR, 2010): :

$$\mu_{d_{sol}} = \mu_d + \frac{\mu_d}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} 2\pi^2 N^2 (r_2^2 - r_3^2) \quad (\text{A.6})$$

onde:

- $\mu_{d_{sol}}$ é a permeabilidade magnética corrigida da isolação;
- r_3 é o raio externo da blindagem.
- N é o número de voltas por unidade de comprimento do cabo.

A.4 RESISTIVIDADE DA BLINDAGEM

A blindagem metálica pode ter várias configurações. Uma delas é quando a mesma é constituída por duas camadas, uma composta por fios e outra por uma fita metálica, separadas por uma fita semicondutora. A fita metálica e os fios são solidamente conectados em cada junção e o cabo pode ser considerado como de única camada para fins de modelagem. Sendo a blindagem um condutor não-sólido, a sua resistividade deve ser corrigida (de forma semelhante ao condutor central). É uma prática comum na modelagem de blindagens metálicas atribuir a resistividade da armadura igual a resistividade da fiação da blindagem multiplicada por dois (GUSTAVSEN, 1986). Esta aproximação pode ser implementada, porque a maioria da corrente fluirá pela blindagem composta de fios (GUDMUNSDOTTIR, 2010).

Já nas referências (DA SILVA, 2011; HO; WU, 2010) a resistividade do cobre é corrigida como se mostra em (A.7a), onde A_S é a área da seção transversal da blindagem, r_2 o raio interno da blindagem e r_3 o raio externo, calculado como se mostra em (A.7b) (n é o número de fios na blindagem):

$$\rho'_{Cu} = \rho_{Cu} \frac{\pi (r_3^2 - r_2^2)}{A_S} \quad (\text{A.7a})$$

$$r_3 = r_2 + 2\sqrt{\frac{A_S}{n\pi}} \quad (\text{A.7b})$$

Quando a blindagem é constituída por fios de cobre e revestimento de alumínio (veja Figura 51(a)), a resistividade da blindagem é corrigida como se mostra em (A.8), onde A_{Cu} é a área do cobre e A_{Al} a área do alumínio (JENSEN, 2009; DA SILVA; BAK, 2013).

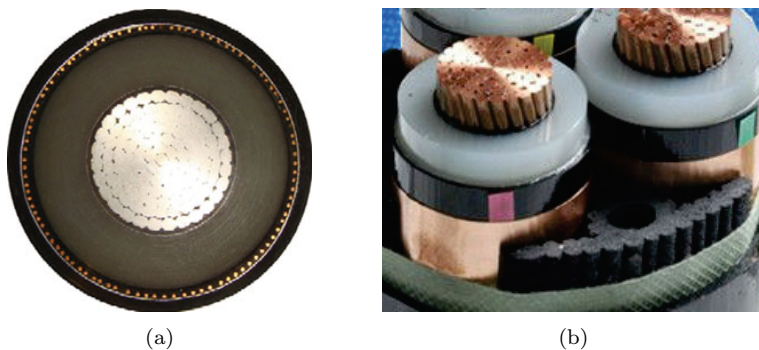


Figura 51 – Cabo (a) monopolar com armadura composta por fios de cobre e fita de alumínio e (b) tripolar composto por fitas de cobre.

$$\rho'_S = \rho'_{Cu} \frac{A_{Cu}}{A_{Cu} + A_{Al}} + \rho_{Al} \frac{A_{Al}}{A_{Cu} + A_{Al}} \quad (\text{A.8})$$

Existe ainda a possibilidade da blindagem consistir de duas camadas de fitas metálicas sem fita semicondutora separando-as.

O livro de Mamede (MAMEDE FILHO, 2005) apresenta uma metodologia simplificada de cálculo (através do uso de coeficientes) para obtenção da impedância da blindagem metálica de cabos de potência subterrâneos, de acordo com a configuração da mesma.

Particularizando para o presente cabo:

$$\begin{aligned} A_{Cu_equiv} &= \pi (41,96^2 - 40,85^2) = 288,778 \text{ mm}^2 \\ \rho_{sGeoCuAl} &= \frac{52,405 \cdot 28,26 \cdot (288,778 + 212,925)}{52,405 \cdot 212,925 + 28,26 \cdot 288,778} = 52,405 \text{ n}\Omega\text{m} \\ \rho_{sGeoCuAl} &= 38,459 \text{ n}\Omega\text{m} \end{aligned}$$

A.5 ISOLAÇÃO EXTERNA

Não é necessário levar em conta as camadas semicondutoras nem o efeito solenóide nesta camada do cabo. Normalmente a isolação externa é feita de polietileno com uma permissividade relativa de 2,3 (GUDMUNSDOTTIR, 2010).

A.6 ARQUIVO EM MATHCAD PARA CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CABO

Dados			
$f := 50 \text{ Hz}$		$\beta_{Cu} := 4.03 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\Delta^{\circ}\text{C}}$	$\beta_{Cu} := 3.98 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\Delta^{\circ}\text{C}}$
$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f = 314.159 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$		$\rho_{Al} := 2.826 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$	$\rho_{Cu} := 1.724 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$
		$\rho_c := 100 \Omega \cdot \text{m}$	
$A_1 := 1200 \text{ mm}^2 = (1.2 \cdot 10^{-3}) \text{ mm}^2$			
$R_1 := \frac{41.5}{2} \cdot \text{mm} = 20.750 \text{ mm}$			
$a := 22.25 \text{ mm}$			
$b := 39.50 \text{ mm}$			
$R_2 := 40.85 \text{ mm}$		$A_{Cu} := 95 \text{ mm}^2$	
		$R_{Cu} := 41.96 \text{ mm}$	
		$R_{Al} := 42.76 \text{ mm}$	
$R_3 := R_{Al} = 42.76 \text{ mm}$			
$R_4 := 47.5 \text{ mm}$			

$$d_1 := 2 \cdot R_4 = 95.000 \text{ mm}$$

$$d_2 := 2 \cdot R_4 = 95.000 \text{ mm}$$

$$d_3 := 2 \cdot R_4 = 95.000 \text{ mm}$$

$$h_1 := 10000.1 \text{ m}$$

$$h_2 := h_1 + \sqrt{(2 \cdot R_4)^2 + R_4^2} = (10.000 \cdot 10^3) \text{ m}$$

$$h_3 := h_2 = (10.000 \cdot 10^3) \text{ m}$$

Análise de Impedância

Condutor fase

$$FC_{Geo} := \frac{\pi \cdot R_1^2}{A_1} = 1.127$$

$$FC_{CTerm} := 1 + \beta_M \cdot (20 - 20) \cdot \Delta^\circ C = 1$$

$$\rho_{cGeoTerm} := FC_{Geo} \cdot FC_{CTerm} \cdot \rho_M = (31.855 \cdot 10^{-9}) \, \Omega \cdot m$$

$$\sigma_{cGeoTerm} := \frac{1}{\rho_{cGeoTerm}} = (31.392 \cdot 10^6) \, \frac{S}{m}$$

$$m_c := \sqrt{\frac{l_j \cdot \omega \cdot \mu_0}{\rho_{cGeoTerm}}} = (78.718 + 78.718j) \, \frac{1}{m}$$

$$z_{c,out} := \frac{\rho_{cGeoTerm} \cdot m_c \cdot 10 \langle m_c \cdot R_1 \rangle}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot 11 \langle m_c \cdot R_1 \rangle} = (26.676 \cdot 10^{-6} + 14.675j \cdot 10^{-6}) \, \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{c,out} \rangle}{\omega} = (46.714 \cdot 10^{-9}) \, \frac{H}{m}$$

Isolante fase-blindagem

$$z_{ic} := \frac{l_j \cdot \omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) = (42.56j \cdot 10^{-6}) \, \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{ic} \rangle}{\omega} = (135.472 \cdot 10^{-9}) \, \frac{H}{m}$$

Conductor blindagem

$$A_{Cu_equivalente} := \pi \cdot (R_{Cu}^2 - R_2^2) = 288.772 \text{ mm}^2$$

$$FC_{sGeo} := \frac{A_{Cu_equivalente}}{A_{Cu}} = 3.04$$

$$\rho_{sGeo} := FC_{sGeo} \cdot \rho_{Cu} = (52.405 \cdot 10^{-9}) \Omega \cdot m$$

$$A_M := \pi \cdot (R_M^2 - R_{Cu}^2) = 212.925 \text{ mm}^2$$

$$\rho_{sGeoCuAl} := \frac{1}{\frac{1}{\left(\frac{\rho_{sGeo}}{A_{Cu_equivalente}}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{\rho_M}{A_M}\right)}} \cdot (A_{Cu_equivalente} + A_M) = (38.459 \cdot 10^{-9}) \Omega \cdot m$$

$$m_s := \sqrt{\frac{1j \cdot \omega \cdot \mu_0}{\rho_{sGeoCuAl}}} = (71.642 + 71.642j) \frac{1}{m}$$

$$z_{s_in} := \frac{\rho_{GeoCval} \cdot m_s}{2 \cdot \pi \cdot R_2} \cdot \frac{10 \langle m_s \cdot R_2 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_3 \rangle + K0 \langle m_s \cdot R_2 \rangle \cdot \Pi \langle m_s \cdot R_3 \rangle}{\Pi \langle m_s \cdot R_3 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_2 \rangle - \Pi \langle m_s \cdot R_2 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_3 \rangle} = (76.661 \cdot 10^{-6} + 979.049j \cdot 10^{-9}) \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{s_in} \rangle}{\omega} = (3.116 \cdot 10^{-9}) \frac{H}{m}$$

$$z_{s_out} := \frac{\rho_{GeoCval} \cdot m_s}{2 \cdot \pi \cdot R_3} \cdot \frac{10 \langle m_s \cdot R_3 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_2 \rangle + K0 \langle m_s \cdot R_3 \rangle \cdot \Pi \langle m_s \cdot R_2 \rangle}{\Pi \langle m_s \cdot R_3 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_2 \rangle - \Pi \langle m_s \cdot R_2 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_3 \rangle} = (76.66 \cdot 10^{-6} + 935.321j \cdot 10^{-9}) \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{s_out} \rangle}{\omega} = (2.977 \cdot 10^{-9}) \frac{H}{m}$$

$$z_{s_mutual} := \frac{\rho_{GeoCval}}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot R_3} \cdot \frac{1}{\Pi \langle m_s \cdot R_3 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_2 \rangle - \Pi \langle m_s \cdot R_2 \rangle \cdot K1 \langle m_s \cdot R_3 \rangle} = (76.656 \cdot 10^{-6} - 478.389j \cdot 10^{-9}) \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{s_mutual} \rangle}{\omega} = -1.523 \cdot 10^{-9} \frac{H}{m}$$

Isolante blindagen-terra

$$z_{is} := \frac{1j \cdot \omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{R_4}{R_3} \right) = (6.605j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{\text{Im} \langle z_{is} \rangle}{\omega} = (21.025 \cdot 10^{-9}) \frac{H}{m}$$

Terra própria	
$m_e := \sqrt{1j \cdot \omega} \cdot \frac{\mu_0}{\rho_e} = (1.405 \cdot 10^{-3} + 1.405j \cdot 10^{-3}) \frac{1}{m}$	
$z_{g1} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot R_4 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-2 \cdot h_1 \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 589.622j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{g2} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot R_4 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-2 \cdot h_2 \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 589.622j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{g3} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot R_4 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-2 \cdot h_3 \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 589.622j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
Terra mútua	
$z_{gm1} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot d_1 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-(h_1 + h_2) \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.070j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{gm2} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot d_2 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-(h_1 + h_3) \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.070j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{gm3} := \frac{\rho_e \cdot m_e^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\text{K0} \langle m_e \cdot d_3 \rangle + \frac{2}{4 + m_e^2 \cdot R_4^2} \cdot e^{-(h_2 + h_3) \cdot m_e} \right) = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.070j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	

Elementos da matriz	
$z_{aa} := z_{c_out} + z_{ic} + z_{a_in} + z_{s_out} + z_{is} + z_{g1} - 2 \cdot z_{s_mutual} = (76.033 \cdot 10^{-6} + 656.334j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	$\frac{\text{Im}(z_{aa})}{\omega} = (2.089 \cdot 10^{-6}) \frac{H}{m}$
$z_{bb} := z_{c_out} + z_{ic} + z_{s_in} + z_{s_out} + z_{is} + z_{g2} - 2 \cdot z_{s_mutual} = (76.033 \cdot 10^{-6} + 656.334j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{bb} := z_{c_out} + z_{ic} + z_{s_in} + z_{s_out} + z_{is} + z_{g3} - 2 \cdot z_{s_mutual} = (76.033 \cdot 10^{-6} + 656.334j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{11} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g1} = (126.009 \cdot 10^{-6} + 597.163j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	$\frac{\text{Im}(z_{11})}{\omega} = (1.901 \cdot 10^{-6}) \frac{H}{m}$
$z_{22} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g2} = (126.009 \cdot 10^{-6} + 597.163j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{33} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g3} = (126.009 \cdot 10^{-6} + 597.163j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{a1} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g1} - z_{s_mutual} = (49.352 \cdot 10^{-6} + 597.641j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	$\frac{\text{Im}(z_{a1})}{\omega} = (1.902 \cdot 10^{-6}) \frac{H}{m}$
$z_{b2} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g2} - z_{s_mutual} = (49.352 \cdot 10^{-6} + 597.641j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{c3} := z_{s_out} + z_{is} + z_{g3} - z_{s_mutual} = (49.352 \cdot 10^{-6} + 597.641j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	

$z_{ab} := z_{gm1} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	$\frac{\text{Im}(z_{ab})}{\omega} = (1.738 \cdot 10^{-6}) \frac{\text{H}}{\text{m}}$
$z_{bc} := z_{gm2} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{ac} := z_{gm3} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{c1} := z_{gm1} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{c2} := z_{gm2} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{c3} := z_{gm3} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{b1} := z_{gm1} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{c2} := z_{gm2} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	
$z_{b3} := z_{gm3} = (49.348 \cdot 10^{-6} + 546.07j \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{m}$	

Análise de Admitância

Capacitância fase-blindagem

$$\varepsilon_{r,c} := 2,5 \cdot \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = 2,950 \qquad \varepsilon_{a1} := \varepsilon_{r,c} \cdot \varepsilon_0 = (26,123 \cdot 10^{-12}) \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$C_{a1} := \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_{a1}}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = (242,319 \cdot 10^{-12}) \frac{\text{F}}{\text{m}} \qquad \omega \cdot C_{a1} = (76,127 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

Capacitância blindagem-terra

$$\varepsilon_{r,s} := 2,3 \qquad \varepsilon_{1c} := \varepsilon_{r,s} \cdot \varepsilon_0 = (20,365 \cdot 10^{-12}) \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$C_{sc} := \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_{1c}}{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right)} = (1,217 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{F}}{\text{m}} \qquad \omega \cdot C_{sc} = (382,379 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

Elementos da matriz	
$y_{aa} := 1j \cdot \omega \cdot C_{a1} = (76.127j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	
$y_{11} := 1j \cdot \omega \cdot (C_{a1} + C_{ac}) = (458.505j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	
$y_{bb} := 1j \cdot \omega \cdot C_{b1} = (76.127j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	
$y_{22} := 1j \cdot \omega \cdot (C_{a1} + C_{ac}) = (458.505j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	
$y_{cc} := 1j \cdot \omega \cdot C_{a1} = (76.127j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	
$y_{33} := 1j \cdot \omega \cdot (C_{a1} + C_{ac}) = (458.505j \cdot 10^{-9}) \frac{S}{m}$	

**APÊNDICE B – Metodologia para obtenção das expressões
analíticas das impedâncias e admitâncias do cabo**

O objetivo desta seção é deduzir as expressões das impedâncias, com o intuito de compreender suas limitações e aplicabilidades, bem como avaliar o comportamento destas impedâncias com a variação da frequência. Para facilitar a compreensão do assunto, depois de deduzidas as equações será modelado o cabo apresentado no Apêndice A a 60 Hz.

Quando não afirmado em contrário, em todo o texto será trabalhado com impedâncias e admitâncias distribuídas, dadas no Sistema Internacional de Unidades (SI), respectivamente, por Ω/m e S/m .

Antes de iniciar o processo das deduções de cada parte do cabo, serão apresentadas as considerações simplificativas para a obtenção destas:

- O condutor é perfeitamente cilíndrico.
- O cabo é posicionado de forma a coincidir com o sistema de coordenadas cilíndricas, de forma que o eixo z é o eixo de simetria do cabo, que o eixo ρ coincida com os diferentes raios possíveis distantes do centro (eixo de simetria) do cabo e que o eixo ϕ faça a varredura angular.
- As fases serão representadas por índices com as letras a , b e c ;
- As blindagens serão representadas por índices com os números 1, 2 e 3;
- A arnadura, quando existir, será representada por índice com a letra g .

B.1 IMPEDÂNCIAS

Inicialmente aplicaremos as equações de Maxwell em coordenadas cilíndricas ao cabo, considerando as condições simplificativas supracitadas:

1. Da lei de Ampère:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

e quando projetada nos eixos ρ e z , respectivamente obtém-se:

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = (\sigma + j\omega\varepsilon) E_\rho \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho H_\phi}{\partial \rho} \right) = (\sigma + j\omega\varepsilon) E_z \quad (\text{B.3})$$

2. Da lei de Faraday:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.4})$$

e quando projetada no eixo ϕ , tem-se:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial z} = j\omega\mu H_\phi \quad (\text{B.5})$$

Substituindo (B.2) e (B.3) em (B.5) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} \right) &= j\omega\mu (\sigma + j\omega\varepsilon) H_\phi \\ \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} \right) &= k^2 H_\phi \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

A solução de (B.6) pode ser encontrada por meio da técnica de separação de variáveis em suas componentes puramente radiais e axiais. Desta forma:

$$H_\phi = R(\rho) Z(z) \quad (\text{B.7})$$

Substituindo (B.7) em (B.6) e impondo $\gamma^2 = \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 (Z(z))}{\partial z^2}$ como solução da parte axial (sendo γ o coeficiente de propagação longitudinal) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (R(\rho) Z(z))}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho R(\rho) Z(z)}{\partial \rho} \right) &= k^2 R(\rho) Z(z) \\ R(\rho) \frac{\partial^2 (Z(z))}{\partial z^2} + Z(z) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho R(\rho)}{\partial \rho} \right) &= k^2 R(\rho) Z(z) \\ \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 (Z(z))}{\partial z^2} + \frac{1}{R(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho R(\rho)}{\partial \rho} \right) &= k^2 \\ \gamma^2 + \frac{1}{R(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho R(\rho)}{\partial \rho} \right) &= k^2 \\ \frac{1}{R(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho R(\rho)}{\partial \rho} \right) &= k^2 - \gamma^2 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Agora, como mostrado em Schelkunoff (1934), se cada componente do campo é escrita fazendo a dependência exponencial explícita

(por exemplo para $E_\rho e^{-\gamma z}$ e assim por diante), obtém-se as equações:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H'_\phi e^{-\gamma z}}{\partial z} &= -(\sigma + j\omega\varepsilon) E'_\rho e^{-\gamma z} \\ E'_\rho &= \frac{\gamma}{\sigma + j\omega\varepsilon} H'_\phi\end{aligned}\quad (\text{B.9a})$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E'_z e^{-\gamma z}}{\partial \rho} - \frac{\partial E'_\rho e^{-\gamma z}}{\partial z} &= j\omega H'_\phi e^{-\gamma z} \\ j\omega\mu H'_\phi &= \frac{dE'_z}{d\rho} + \gamma E_\rho\end{aligned}\quad (\text{B.9b})$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_\phi e^{-\gamma z}}{\partial \rho} &= (\sigma + j\omega\varepsilon) E'_z e^{-\gamma z} \\ \frac{\partial \rho H'_\phi}{\partial \rho} &= (\sigma + j\omega\varepsilon) \rho E'_z\end{aligned}\quad (\text{B.9c})$$

Para simplificar o equacionamento e as notações, a partir de agora os índices primos dos campos não serão exibidos, mas estarão implícitos.

Para analisar o que está ocorrendo dentro dos condutores será deixado a permissividade ε tender a zero e será introduzido o conceito de constante intrínseca de propagação do meio como sendo:

$$\xi = \sqrt{j\omega\mu\sigma} \quad (\text{B.10})$$

onde:

- ω é a frequência angular, dada em rad/s.
- μ é a permeabilidade magnética do condutor, dada em H/m.
- σ é a condutividade elétrica do condutor, dada em S/m.

Como somente o campo magnético é a variável de interesse, substitui-se (B.9c) e (B.9a) em (B.9b):

$$\begin{aligned}
 j\omega\mu H_\phi &= \frac{dE_z}{d\rho} + \gamma E_\rho \\
 j\omega\mu H_\phi &= \frac{1}{\sigma} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial\rho} \right) \right) + \gamma \left(\frac{\gamma}{\sigma} H_\phi \right) \\
 j\omega\mu\sigma H_\phi &= \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial\rho} \right) \right) + \gamma^2 (H_\phi) \\
 \xi^2 H_\phi - \gamma^2 (H_\phi) &= \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial\rho} \right) \right) \\
 \frac{d^2 H_\phi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dH_\phi}{d\rho} - \frac{1}{\rho^2} H_\phi &= (\xi^2 - \gamma^2) H_\phi
 \end{aligned} \tag{B.11}$$

A solução de (B.11) para condutores circulares e ocos é dada por:

$$H_\phi = AI_1(\xi\rho) + BK_1(\xi\rho) \tag{B.12}$$

onde I_1 e K_1 são funções modificadas de Bessel de primeira ordem do tipo I e K, respectivamente. Os coeficientes A e B serão determinados a posteriori.

O campo elétrico axial está ligado ao campo magnético através de (B.9) e pode ser expresso usando as propriedades da função de Bessel e a impedância intrínseca do condutor $\eta = \xi/\sigma$, da seguinte maneira:

$$E_z = \eta (AI_1(\xi\rho) - BK_1(\xi\rho)) \tag{B.13}$$

Levando em conta a relação direta entre o campo elétrico e a corrente $z_{cond} = E_z/I$, será deduzido, para cada condutor, uma expressão para a impedância distribuída em função de seus parâmetros físicos (raio, permissividade e permeabilidade).

B.1.1 Impedância de condutores não ocos

Com relação aos condutores sólidos, como normalmente é o caso do condutor central, deve ser notado que a função modificada de Bessel do tipo K diverge. Assim, na equação adaptada de (B.12), o coeficiente B deve ser zero. O campo magnético na superfície do núcleo, quando

percorrido por uma corrente I , pode ser expresso por:

$$H_\phi(r_1) = \frac{I}{2\pi r_1} = AI_1(\xi r_1)$$

Isolando-se a constante A obtém-se:

$$A = \frac{I}{2\pi r_1 I_1(\xi r_1)} \quad (\text{B.14})$$

Substituindo A na expressão (B.13) obtém-se:

$$E_z(r_1) = \eta \frac{I}{2\pi r_1} \frac{I_0(\xi r_1)}{I_1(\xi r_1)} \quad (\text{B.15})$$

o que nos fornece a expressão:

$$z_{aa} = \frac{E_z(r_1)}{I} = \frac{\eta}{2\pi r_1} \frac{I_0(\xi r_1)}{I_1(\xi r_1)} \quad (\text{B.16})$$

onde:

- $\xi = \sqrt{j\omega\mu_a\sigma_a}$ é a constante de propagação intrínseca do meio.
- I_0 e I_1 são modificadas de Bessel de primeiro tipo de ordens 0 e 1.
- K_0 e K_1 são modificadas de Bessel de segundo tipo de ordens 0 e 1.
- r_1 é o raio do condutor central.

Particularizando para o cabo apresentado no Apêndice A, tem-se a impedância do condutor central igual a

$$z_{aa} = (32,735 + j15,051) \text{ m}\Omega/\text{km},$$

composto de uma parte resistiva e de outra indutiva. A parte indutiva diz respeito apenas a *indutância interna*¹ do cabo (47,908 $\mu\text{H}/\text{km}$), referente ao fluxo concatenado dentro do próprio condutor.

¹Maiores detalhes sobre o conceito de indutância interna podem ser encontrados na referência Bastos (2012).

B.1.2 Impedância do dielétrico

Trata-se do material entre duas superfícies condutoras. O nome deste termo é mal empregado porque não há nenhuma corrente fluindo no isolamento e, conseqüentemente, nenhuma impedância está associada diretamente a isolamento (DA SILVA; BAK, 2013). Quando analisado em termos de impedância série é relevante apenas o fluxo magnético contido nesta região, pois é o fluxo contido nela que subsidia a definição de *indutância externa* (DA SILVA; BAK, 2013; PAGNETTI, 2012; GUDMUNSDOTTIR, 2010).

Com relação à impedância desta camada isolante destacam-se as características:

- como toda impedância distribuída, sua unidade é o Ω/m ;
- ela existe devido a variação do campo magnético na primeira camada isolante;
- ela é puramente imaginária.

Esta impedância é calculada pela Eq. (B.17):

$$\begin{aligned}
 L_{a1} &= \frac{\lambda_{a1}}{I_a} \\
 L_{a1} &= \frac{\int_{r_1}^{r_2} \mu_{a1} H_\phi d\rho}{I_a} \\
 L_{a1} &= \frac{\mu_{a1} \int_{r_1}^{r_2} \frac{I_a}{2\pi\rho} d\rho}{I_a} \\
 z_{a1} &= j\omega \frac{\mu_{a1}}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)
 \end{aligned} \tag{B.17}$$

onde:

- z_{a1} é impedância do isolante entre fase e blindagem.
- μ_{a1} é a permeabilidade magnética do isolante.
- r_2 é o raio interno da blindagem metálica.
- r_1 é o raio externo do condutor central.

- I_a é a corrente do condutor central.

Particularizando-se para o cabo do Apêndice A, tem-se para a indutância externa:

$$L_{1a} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7}}{2\pi} \ln \left(\frac{40,85 \times 10^{-3}}{20,75 \times 10^{-3}} \right) = 135,472 \mu\text{H/km}$$

B.1.3 Impedância de condutores ocios

É o caso da blindagem metálica e da armadura, que conduzem correntes na superfície interna e externa do condutor, sendo necessário então calcular as impedâncias destas duas superfícies.

É possível escrever as equações para o campo elétrico nestas superfícies:

$$E_z(r_2) = z_{1i}I_{1i} + z_{1m}I_{1o} \quad (\text{B.18a})$$

$$E_z(r_3) = z_{1o}I_{1o} + z_{1m}I_{1i} \quad (\text{B.18b})$$

Se o campo magnético é escrito na superfície usando funções de Bessel e também a lei de Ampère têm-se:

$$H_\phi(r_2) = AI_1(\xi r_2) + BK_1(\xi r_2) = -\frac{I_{1i}}{2\pi r_2} \quad (\text{B.19a})$$

$$H_\phi(r_3) = AI_1(\xi r_3) + BK_1(\xi r_3) = \frac{I_{1o}}{2\pi r_3} \quad (\text{B.19b})$$

onde o sinal de menos em (B.19a) é devido ao sentido da corrente.

Tal como antes, os coeficientes A e B de (B.19) podem também ser encontrados e após isto substituídos nas equações de campo elétrico, fornecendo com isto o resultado das impedâncias de superfície interna (z_{1i}), externa (z_{1o}) e de transferência (z_{1m}), definidas respectivamente por:

$$z_{1i} = \frac{\xi_s}{2\pi r_2} \frac{I_0(\xi_s r_2) K_1(\xi_s r_3) + I_1(\xi_s r_3) K_0(\xi_s r_2)}{I_1(\xi_s r_3) K_1(\xi_s r_2) - I_1(\xi_s r_2) K_1(\xi_s r_3)} \quad (\text{B.20})$$

$$z_{1o} = \frac{\xi_s}{2\pi r_3} \frac{I_0(\xi_s r_3) K_1(\xi_s r_2) + I_1(\xi_s r_2) K_0(\xi_s r_3)}{I_1(\xi_s r_3) K_1(\xi_s r_2) - I_1(\xi_s r_2) K_1(\xi_s r_3)} \quad (\text{B.21})$$

$$z_{1m} = \frac{\rho_s}{2\pi r_2 r_3} \frac{1}{I_1(\xi_s r_3) K_1(\xi_s r_2) - I_1(\xi_s r_2) K_1(\xi_s r_3)} \quad (\text{B.22})$$

onde:

- $\xi = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$ é a constante de propagação intrínseca do meio em m^{-1} .
- I_0, I_1, K_0, K_1 são funções modificadas de Bessel de primeiro (I) e segundo tipo (K), de ordem 0 e 1.
- $\eta = \frac{\xi}{\sigma}$ é a impedância intrínseca do condutor, em Ω .
- r_2 é o raio interno da blindagem, em m.
- r_3 é o raio externo da blindagem, em m.

Particularizando-se para o cabo apresentado no Apêndice A:

$$z_{1i} = 76,6606 + j0,9790 \text{ m}\Omega/\text{km}$$

$$z_{1o} = 76,6605 + j0,9353 \text{ m}\Omega/\text{km}$$

$$z_{1m} = 76,6561 - j0,4784 \text{ m}\Omega/\text{km}$$

Tal como no condutor central, a parte imaginária da impedância corresponde à *indutância interna* do condutor. As indutâncias interna, externa e mútua da blindagem metálica são:

$$L_{1i} = 3,116 \text{ }\mu\text{H}/\text{km}$$

$$L_{20} = 2,977 \text{ }\mu\text{H}/\text{km}$$

$$L_{1m} = -1,523 \text{ }\mu\text{H}/\text{km}$$

Com relação à indutância mútua, trata-se de um acoplamento entre as superfícies internas e externas da blindagem metálica. Pagnetti (2012) em sua tese a chama de impedância de transferência. Gudmundsdottir (2010) em sua tese afirma que esta impedância está relacionada com:

- a diferença de tensão longitudinal na superfície exterior da blindagem devido ao retorno da corrente através do condutor interno.
- a diferença de tensão longitudinal sobre o condutor interno devido ao retorno da corrente através da superfície exterior da blindagem (iguais entre si).

B.1.4 Impedância própria de terra

A impedância própria de retorno pela terra é um parâmetro cujo cálculo decorre mais dificuldades e é também o que apresenta maiores erros. A fórmula clássica baseada no desenvolvimento feito por Pollaczek (1926) é dada por:

$$z_e = \frac{\rho_e \xi_e^2}{2\pi} \left(K_0(\xi_e R_4) - K_0 \left(\xi_e \sqrt{R_4^2 + 4h^2} \right) + INT \right) \quad (\text{B.23})$$

$$INT = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2h\sqrt{\xi_e^2 + \alpha^2}}}{|\alpha| + \sqrt{\xi_e^2 + \alpha^2}} e^{j\alpha R_4} d\alpha$$

onde:

- ρ_e é a resistividade da terra;
- ξ_e é o recíproco da profundidade de penetração complexa para a terra;
- h é a profundidade do cabo;
- z_e é a impedância própria do solo.

O cálculo de (B.23) é muito desafiador porque requer o uso de aproximações. Muitas fórmulas alternativas foram propostas ao longo dos anos (DA SILVA; BAK, 2013); uma das mais precisas é a proposta por Saad, Gaba e Giroux (1996):

$$z_e = \frac{\rho_e \xi_e^2}{2\pi} \left(K_0(\xi_e R_4) + \frac{2}{4 + \xi_e^2 R_4^2} e^{-2h\xi_e} \right) \quad (\text{B.24})$$

B.1.5 Impedância mútua de terra

Representa a queda de tensão em um condutor devido a corrente de outro na terra. A fórmula usada para calcular esta impedância é dada por (B.25), a qual pode ser simplificada em (B.26). Note a semelhança com as fórmulas usadas para estimar a impedância própria de terra, algo lógico, pois, em ambos os casos, a corrente está retornando pelo solo.

$$z_{em} = \frac{\rho_e \xi_e^2}{2\pi} \left(K_0(\xi_e d) - K_0 \left(\xi_e \sqrt{d^2 + (h_i - h_j)^2} \right) + INT \right) \quad (\text{B.25})$$

$$INT = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-(h_i + h_j) \sqrt{\xi_e^2 + \alpha^2}}}{|\alpha| + \sqrt{\xi_e^2 + \alpha^2}} e^{j\alpha d} d\alpha$$

$$z_{gm} = \frac{\rho_e m_e^2}{2\pi} \left(K_0(m_e d) + \frac{2}{4 + m_e^2 d^2} e^{-2(h_i + h_j)m_e} \right) \quad (\text{B.26})$$

- d é a distância entre condutores;
- h_i e h_j são as profundidades dos cabos i e j . Para o cálculo de z_{gm1} usa-se h_1 e h_2 , para z_{gm2} usa-se h_1 e h_3 e para z_{gm3} usa-se h_2 e h_3 ;
- z_{em} é a impedância mútua entre os cabos.

B.2 ADMITÂNCIAS

Devido a baixíssima corrente de condução nas isolações em relação a corrente de deslocamento, somente as admitâncias capacitivas são consideradas. Para o caso de um cabo 1C, constituído de núcleo, blindagem e armadura, tal como é apresentado na Figura 3 estão presentes as admitâncias:

1. Admitância da isolação entre o núcleo e a blindagem: para calcular esta admitância, parte-se do conceito desta, reescrito aqui por conveniência:

$$Y = \frac{I}{V} \quad (\text{B.27})$$

Inicialmente calcula-se a diferença de potencial entre duas camadas metálicas. Neste caso será particularizado entre o condutor

central e a blindagem metálica:

$$\begin{aligned}
 V_{a1} &= \int_{r_1}^{r_2} E_\rho d\rho \\
 V_{a1} &= \int_{r_1}^{r_2} -\frac{1}{(\sigma + j\omega\varepsilon)} \frac{\partial H_\phi e^{-\gamma z}}{\partial z} d\rho \\
 V_{a1} &= -\frac{1}{(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial H_\phi e^{-\gamma z}}{\partial z} d\rho \\
 V_{a1} &= \frac{\gamma}{(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_{r_1}^{r_2} H_\phi e^{-\gamma z} d\rho \\
 V_{a1} &= \frac{\gamma}{(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{I}{2\pi\rho} d\rho \\
 V_{a1} &= \gamma I \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \tag{B.28}
 \end{aligned}$$

Para calcularmos a admitância precisamos ter conhecimento da corrente entre as camadas metálicas (corrente de fuga). A sequência para encontrá-la é:

$$\begin{aligned}
 I_\rho &= (\sigma + j\omega\varepsilon) (2\pi\rho\ell) \\
 \frac{I_\rho}{\ell} &= (\sigma + j\omega\varepsilon) 2\pi\rho = \gamma I \tag{B.29}
 \end{aligned}$$

Aplicando o resultado de (B.29) em (B.28) chega-se a expressão que fornece a admitância procurada.

$$\begin{aligned}
 V_{a1} &= I_\rho \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \\
 \frac{V_{a1}}{I_\rho} &= \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \\
 y_{a1} &= \frac{2\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{B.30}
 \end{aligned}$$

A Eq. (B.30) tem a forma $y = g + j\omega c = (\omega \tan \delta + j\omega)c$, onde: y é a admitância distribuída do material, em Ω/m ; g é a condutância distribuída do material, em Ω/m ; c é a capacitância distribuída do material, em F/m ; e δ é o ângulo da tangente de perdas de um capacitor (no caso o cabo), em rad.

A admitância calculada por (B.30), tipicamente é simplificada, fazendo σ tender a zero, onde são desconsideradas as correntes de condução do dielétrico.

Particularizando tem-se:

Na Eq. (B.30) ε_{cs} é a permissividade corrigida da isolamento (localizada entre o condutor central e a blindagem metálica) em F/m. A correção é necessária devido às camadas semicondutoras entre a isolamento e as partes condutoras (veja Subseção A.2).

Particularizando tem-se:

$$y_{a1} = j76,127 \mu\text{S}/\text{km}$$

$$C_{a1} = 0,242 \mu\text{F}/\text{km}$$

2. Admitância da isolamento entre a blindagem metálica e a terra: calculado de forma semelhante a admitância núcleo blindagem. É dada pela expressão (B.31).

$$y_{1e} = j\omega \frac{2\pi\varepsilon_{se}}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \quad (\text{B.31})$$

Particularizando tem-se:

$$y_{1e} = 382,379 \mu\text{S}/\text{km}$$

$$C_{1e} = 1,127 \mu\text{F}/\text{km}$$

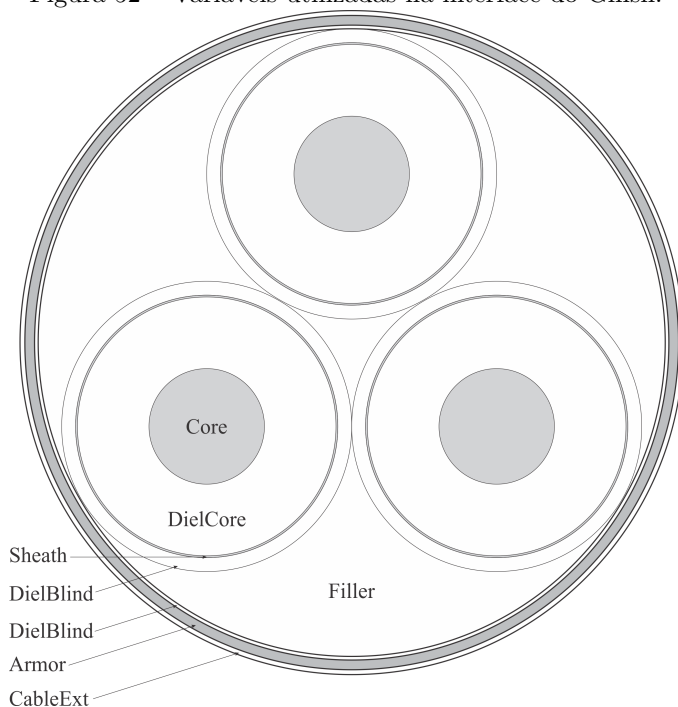
Na Eq. (B.31) ε_{se} é a permissividade elétrica da isolamento, localizada entre a blindagem metálica e a terra, em F/m.

APÊNDICE C – Manual do Módulo de Cabos na Tese

Este manual consiste de um exemplo de como utilizar os arquivos desenvolvidos nesta tese para modelar cabos usando os softwares Gmsh e GetDP.

De posse do conhecimento das regiões indicadas na Figura 52 para compreender o significado das variáveis apresentadas na interface do módulo, o primeiro passo é abrir o software Gmsh, e, usando a opção **Open**, seleciona-se o arquivo **cable_3C.pro**, conforme mostrado na Figura 53:

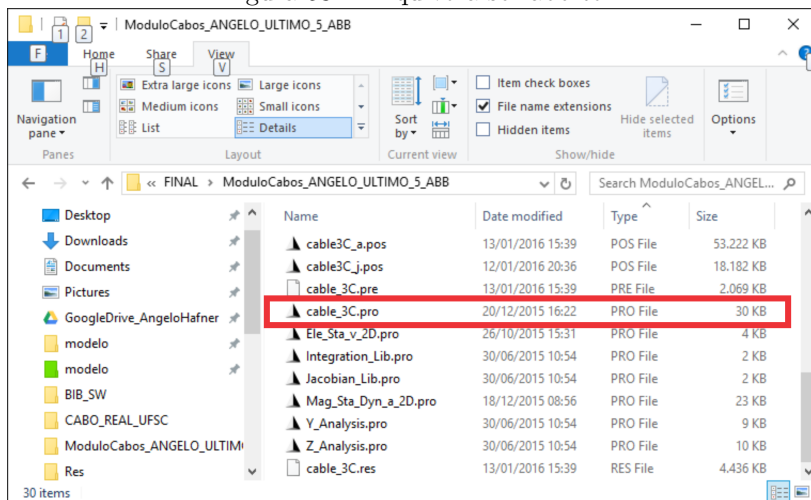
Figura 52 – Variáveis utilizadas na interface do Gmsh.



Após isto, ter em mente que o módulo de cálculo dos parâmetros eletromagnéticos do cabo desenvolvido no Gmsh e GetDP é composto de dois grandes submódulos (veja Figura 54), que se dividem em:

- 1) Análise de Admitância: calcula os parâmetros distribuídos G (condutância paralela, em S/m) e C (capacitância paralela, em F/m) do cabo.
- 2) Análise de Impedância: calcula os parâmetros distribuídos R (re-

Figura 53 – Arquivo a ser aberto



sistência série, em Ω/m) e L (indutância série, em H/m) do cabo.

Além disto pode-se ainda optar por:

- Simular o cabo com três, duas ou uma veia de potência.
- Fazer a análise das grandezas de fase ou sequência.

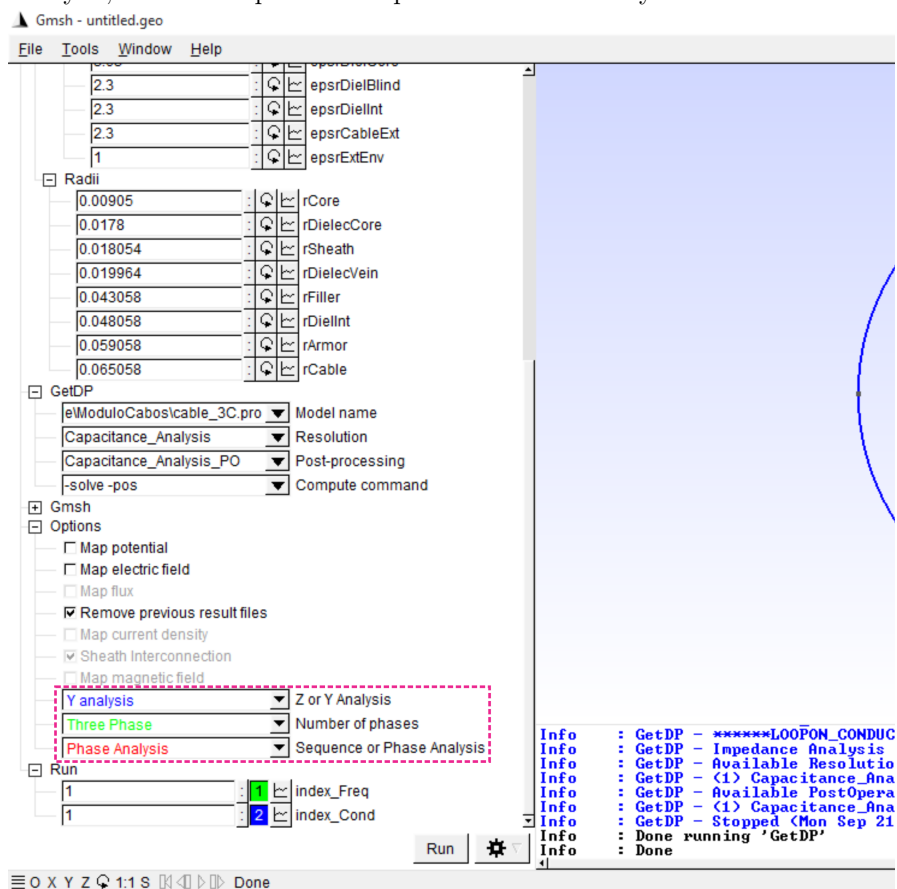
Para a análise de admitância são apresentadas algumas opções como mapear o potencial elétrico, o vetor campo elétrico e o módulo do vetor campo elétrico. Para a análise de impedância as opções são mapear a densidade de corrente, o fluxo magnético, a densidade de fluxo magnético e o campo magnético. Porém, caso o usuário queira somente os parâmetros $RLGC^1$, não é necessário marcar estas opções.

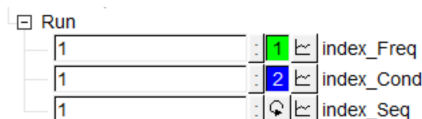
Além disto, atenção especial deve ser dada as 6 sub-árvores localizadas a esquerda na tela: (1) Modules; (2) Cable Data; (3) GetDP; (4) Gmsh; (5) Options e (6) Run. A sub-árvore Run se destaca pelo fato dela conter o controle dos laços de programação utilizados no cálculo dos parâmetros. Em suma, se desejarmos calcular os parâmetros:

- de impedância em uma análise de fases para todos os elementos condutores do cabo devemos fazer:

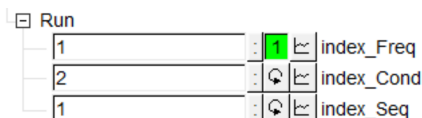
¹Assim serão tratados de forma abreviada os parâmetros distribuídos do cabo.

Figura 54 – Tela inicial do Gmsh. Destaque para a opções: Z or Y Analysis, Number of phases e Sequence or Phase Analysis.

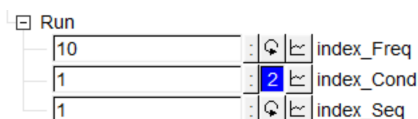




- de impedância em uma análise de fases para somente² o condutor 2 (fase *b*) do cabo devemos fazer:



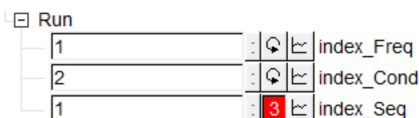
- de impedância em uma análise de fases para somente para uma frequência (de índice 10) para todos os condutores do cabo devemos fazer:



- de admitância³ em uma análise de fases para todos os condutores do cabo devemos fazer:



- de impedância para análise de sequência⁴ para uma única frequência ou admitância para análise de sequência:

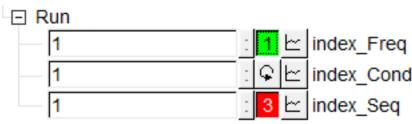


²A numeração dos condutores vai do 1 ao 7, sendo os condutores 1, 2 e 3 as fases *a*, *b* e *c*; os condutores 4, 5 e 6 as blindagens 1, 2 e 3; e o condutor 7 a armadura *g*.

³Na análise de admitância a frequência não é variada. A frequência pode ser de qualquer índice, o importante apenas é que ela não seja um loop de nível numerado (deve ser apenas a seta circular).

⁴O número 1 indica cálculo de grandezas de sequência positiva (=negativa para cabos) e o índice 2 indica grandezas de sequência zero.

- de impedância para análise de sequência para várias frequências:



C.1 ANÁLISE DE IMPEDÂNCIA

Para executar a análise de impedância, primeiramente opta-se por ela na parte em destaque na Figura 54. Deve-se ainda verificar o número de fases do cabo, se o conjunto de cabos é envolto por armadura ou não e se análise será de sequência ou de fase.

Após isto pressionar o botão **Run**. Assim, os parâmetros de impedância são calculados e os resultados são apresentados em arquivos `.txt` separados por tabulação.

C.1.1 Análise de Fase

Para o cabo em análise quando solicitada a análise de impedância de fase, o resultado é retornado pelo arquivo `MatrizZ_phase_region.txt`. As regiões são previamente definidas em um arquivo `.dat`, e são apresentadas na Tabela C.23.

Tabela C.23 – Regiões condutoras do cabo tripolar em análise.

Região n°	Descrição
211	Superfície do condutor da fase <i>a</i>
221	Superfície do condutor da fase <i>b</i>
231	Superfície do condutor da fase <i>c</i>
212	Superfície da blindagem 1 (da fase <i>a</i>)
222	Superfície da blindagem 2 (da fase <i>b</i>)
232	Superfície da blindagem 3 (da fase <i>c</i>)
302	Superfície da armadura <i>g</i> (do conjunto)

Na Figura 55, no primeiro conjunto destacado, é apresentada somente uma parte do arquivo `MatrizZ_phase_region.txt`. Nesta análise é aplicada uma corrente na fase *a* e deixado em aberto os demais elementos. O arquivo completo apresenta todas as combinações

Figura 55 – Relatório dos valores de impedância distribuída (resistência e indutância) para um determinado cabo.

MatrizZ_phase_region.txt - Notepad

File Edit Format View Help

Frequência 50		
Region #	Resistance(Ohms/meter)	Inductance(Henries/meter)
7		
211	7.680315756137798e-05	1.716742649880661e-06
213	3.80322529521724e-06	1.520854025926541e-06
221	1.493625070866757e-07	1.361656289578815e-06
223	1.493623256822075e-07	1.361656301648185e-06
231	1.492577714855708e-07	1.361651254500946e-06
233	1.492559984953769e-07	1.361651254530454e-06
302	1.040841956803643e-08	1.332186269733836e-06
Frequência 50		
Region #	Resistance(Ohms/meter)	Inductance(Henries/meter)
7		
211	1.493625074563434e-07	1.361656289586073e-06
213	1.493629183574082e-07	1.36165628858124e-06
221	7.680329804081432e-05	1.716742272628504e-06
223	3.803366397689277e-06	1.520853654934583e-06
231	1.49452404606058e-07	1.361660969650839e-06
233	1.494500071968823e-07	1.361660954340136e-06
302	1.040161786769545e-08	1.332186126607565e-06
Frequência 50		
Region #	Resistance(Ohms/meter)	Inductance(Henries/meter)
7		
211	1.492577716348468e-07	1.361651254503831e-06
213	1.492581223420102e-07	1.361651253435568e-06
221	1.494524043856117e-07	1.361660969646466e-06
223	1.494537410667263e-07	1.361660961903813e-06
231	7.680319270067425e-05	1.716741512148305e-06
233	3.803250511996037e-06	1.520852826327717e-06
302	1.038298156422173e-08	1.33218562856157e-06
Frequência 50		
Region #	Resistance(Ohms/meter)	Inductance(Henries/meter)
7		
211	3.803225295218041e-06	1.520854025926538e-06
213	0.0004858551738893065	1.520171928389196e-06
221	1.493629179880696e-07	1.36165628857398e-06
223	1.493627365870106e-07	1.361656300643489e-06
231	1.492581221933619e-07	1.361651253432681e-06
233	1.49256349204476e-07	1.361651253462523e-06
302	1.040841953931071e-08	1.332186269734206e-06

possíveis⁵ para todas as frequências solicitadas e não somente a destacada. O retorno da corrente ocorre por um condutor cilíndrico fictício (equivalente ao condutor terra) (WORKING GROUP B1.30 CIGRÉ, 2013).

Para compreender o relatório, faz-se a análise do primeiro conjunto:

- 1.A frequência f de análise é de 50 Hz.
- 2.A impedância própria da fase a é $z_{aa} = (76,80 + j\omega 1,717) \mu\Omega/\text{m}$.
- 3.A impedância mútua entre a fase a e a respectiva blindagem 1 é $z_{a1} = (3,803 + j\omega 1,521) \mu\Omega/\text{m}$.
- 4.A impedância mútua entre a fase a e as fases b e c ou entre fase a e blindagens 1 e 2 é $z_{ab} = z_{ac} = z_{a2} = z_{a3} = (0,1494 + j\omega 1,362) \mu\Omega/\text{m}$.
- 5.A impedância mútua entre a fase a e a armadura g é $z_{ag} = (0,01040 + j\omega 1,332) \mu\Omega/\text{m}$.

C.1.2 Análise de Sequência

Para o cabo em análise quando solicitada a análise de impedância de sequência, o resultado é retornado pelos arquivos `SeqPN_Z.txt` e `Seq0_Z.txt`. As regiões são previamente definidas em um arquivo `.dat`, e são as mesmas apresentadas na Tabela C.23 já apresentada para a análise de fase. Na análise de sequência zero o retorno ocorre pelas blindagens e armadura.

C.2 ANÁLISE DE ADMITÂNCIA

Para está análise, primeiramente escolhe-se ela na parte em destaque na Figura 54. Depois, opta-se pela análise de fase ou de sequência.

C.2.1 Análise de Fase

Para o cabo em análise quando solicitada a análise de admitância de fase, o resultado é retornado pelo arquivo `CapacitanciaPorRegiao.txt`.

⁵O número de combinações possíveis vai depender de quantos elementos metálicos tiver o cabo, que no caso do presente cabo são 7 (veja Figura 55).

As regiões são previamente definidas em um arquivo `.dat`, e são apresentadas na Tabela C.24.

Tabela C.24 – Linhas que tem potencial único e definido

Região n°	Descrição
2011	Linha do condutor da fase <i>a</i>
2021	Linha do condutor da fase <i>b</i>
2031	Linha do condutor da fase <i>c</i>
2012	Linha da blindagem 1 (da fase <i>a</i>)
2022	Linha da blindagem 2 (da fase <i>b</i>)
2032	Linha da blindagem 3 (da fase <i>c</i>)
3002	Linha da armadura <i>g</i> (do conjunto)
3003	Linha da terra que envolve o cabo

Na Figura 56, o quarto conjunto é destacado, e apresentada somente uma parte do arquivo `CapacitanciaPorRegiao.txt`, a parte onde é aplicada um potencial na blindagem 1 e deixado com potencial zero os demais elementos. O arquivo completo apresenta todas as combinações possíveis⁶.

Para compreender o relatório, faz-se a análise dos valores retornados neste quarto conjunto:

1. A capacitância própria da blindagem 1 é $C_{11} = 578,9 \text{ pF/m}$.
2. A capacitância mútua entre a blindagem 1 e a fase respectiva (*a*) é $C_{a1} = 279,6 \text{ pF/m}$.
3. A capacitância mútua entre a blindagem 1 e a fase não-respectiva (*b* ou *c*) é $C_{b1} = C_{c1} = 0 \text{ pF/m}$.
4. A capacitância mútua entre a blindagem 1 e outra blindagem (2 ou 3) é $C_{12} = C_{13} = 69,29 \text{ pF/m}$.
5. A capacitância mútua entre a blindagem 1 e armadura *g* é $C_{1g} = 160,8 \text{ pF/m}$.
6. A capacitância mútua entre a blindagem 1 e o meio externo é $C_{1e} = 0 \text{ pF/m}$.

⁶Potencial aplicado na fase *a* e aterrados os demais elementos, depois potencial aplicado na fase *b* e aterrados os demais elementos, depois potencial aplicado na fase *c* e aterrados os demais elementos, potencial aplicado na blindagem 2 e aterrados os demais elementos, potencial aplicado na blindagem 3 e aterrados os demais elementos e potencial aplicado na armadura e aterrados os demais elementos.

Figura 56 – Relatório dos valores de admitância distribuída (condutância e capacitância) para um determinado cabo.

```

CapacitanciaPorRegiao.txt - Notepad
File Edit Format View Help
9
1001 0 0
2011 8.699260831903186e-18 2.796006457683106e-10
2013 -8.6992701111835683e-18 -2.796006457683412e-10
2021 0 0
2023 0 0
2031 0 0
2033 0 0
3002 0 0
3003 0 0
9
1001 0 0
2011 0 0
2013 0 0
2021 8.699292109670098e-18 2.796006859164524e-10
2023 -8.699271378455996e-18 -2.796006859164794e-10
2031 0 0
2033 0 0
3002 0 0
3003 0 0
9
1001 0 0
2011 0 0
2013 0 0
2021 0 0
2023 0 0
2031 8.699269724094771e-18 2.796005891049799e-10
2033 -8.699268354076881e-18 -2.79600589105011e-10
3002 0 0
3003 0 0
9
1001 0 0
2011 -8.699270085986289e-18 -2.796006457683411e-10
2013 3.069611811403729e-17 5.789164171260007e-10
2021 0 0
2023 -4.900272717167975e-18 -6.928928136228739e-11
2031 0 0
2033 -4.899873583135372e-18 -6.926276808452814e-11
3002 -1.219681578173696e-17 -1.607637219108433e-10
3003 0 0

```

C.2.2 Análise de Sequência

Para o cabo em análise quando solicitada a análise de admitância de sequência, o resultado é retornado pelos arquivos `SeqPN_Y.txt` e `Seq0_Y.txt`. As regiões são previamente definidas em um arquivo `.dat`, e são as mesmas apresentadas na Tabela C.24 já apresentada para a análise de fase.